

# Tělesa Sluneční soustavy: analýza vnitřní stavby na základě topografie a gravitačního pole

Klára Kalousová

vedoucí práce: Doc. RNDr. Ondřej Čadek, CSc.

katedra geofyziky  
MFF UK

7.5.2008

## Obsah prezentace

- Motivace
- Hlavní cíle práce
- Základní vztahy
- Kompenzační mechanismy
- Topografie a geoid Marsu
- Globální testy kompenzačních hypotéz
- Závěr

## Motivace: vnitřní struktura terestrických planet

- podobnost terestrických planet se Zemí - možnost vysvětlení jejich vnitřní struktury na základě stejných principů jako na Zemi
- hlavní zdroj informací o zemském nitru - seismická tomografie
- hlavní zdroj informací o nitru planet - gravitační pole a topografie

## Hlavní cíle práce

- shrnutí hlavních vztahů potřebných pro práci s gravitačním polem
- seznámení se základními kompenzačními mechanismy
- předběžná analýza gravitačního pole a topografie Marsu ve spektrální a prostorové oblasti
- globální inverze gravitačního pole a topografie Marsu založená na hypotézách izostáze a elastické flexe

## Základní vztahy pro gravitační pole ve spektrální oblasti

- používáme rozvoj veličin do povrchových sférických funkcí

$$f(r, \vartheta, \varphi) = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{m=-j}^j f_{jm}(r) Y_{jm}(\vartheta, \varphi)$$

$Y_{jm}(\vartheta, \varphi)$  povrchové sférické funkce

- Brunsův teorém

$$h = \frac{V(R)}{g_0}$$

$h$  je výška geoidu,  $g_0$  je gravitační zrychlení na povrchu,  $R$  střední poloměr tělesa

## Základní vztahy pro gravitační pole ve spektrální oblasti

- potenciál generovaný spojitým hustotním rozložením

$$V_{jm}(r) = \frac{4\pi\kappa r}{2j+1} \int_0^r \rho_{jm}(r') \left(\frac{r'}{r}\right)^{j+2} dr'$$

- potenciál generovaný hustotním skokem ve vzdálenosti  $a$  od středu tělesa

$$V_{jm}(r) = \frac{4\pi\kappa r}{2j+1} t_{jm} \Delta\rho \left(\frac{a}{r}\right)^{j+2}$$

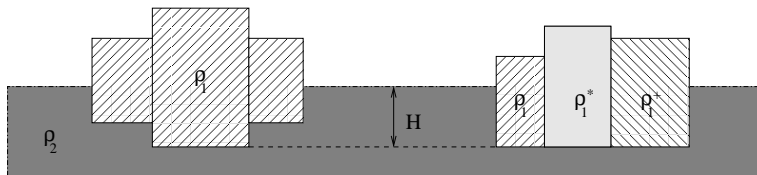
- silná závislost na stupni  $j$

# Kompenzační mechanismy

- zdroje gravitačního pole
  - topografie povrchu
  - hustotní anomálie v kůře a plášti
- souvislost mezi topografií povrchu a hustotními anomáliemi v kůře a plášti se snažíme vysvětlit pomocí kompenzačních mechanismů - izostáze, elastická flexe, dynamický mechanismus

## Kompenzační mechanismy - izostáze

- kompenzace topografie v hloubce kompenzace  $H$  - všechny hmoty nad touto hloubkou, které mají stejnou plochu podstavy, mají stejnou hmotnost (plování lehčích bloků na hustším prostředí)
- Airy - laterálně konstantní hustota, různé hloubky kořenů
- Pratt - laterálně různé hustoty, stejně hluboký kořen
- v této práci se přikláníme k Airyho modelu





## Kompenzační mechanismy - izostáze

Dva možné přístupy

1. rovnice rovnováhy (pro jednoduchost předpokládáme konstantní gravitační zrychlení v oblasti)

- rovný povrch

$$\rho_1 t_1 = t_2 (\rho_2 - \rho_1)$$

- sférický povrch

$$\rho_1 t_1 R^2 = t_2 (\rho_2 - \rho_1) (R - H)^2$$

$t_1$  je tloušťka té části bloku, která plave nad hladinou,  $t_2$  je tloušťka ponořené části bloku,  $R$  je střední poloměr sférického tělesa a  $(R - H)$  je vzdálenost hloubky kompenzace od středu tělesa

## Kompenzační mechanismy - izostáze

Dva možné přístupy

2. izostáze je stav, kdy vymizí smykové napětí

- předpokládáme, že v určité hloubce  $H$  se už tlak laterálně nemění
- použitím rovnice rovnováhy kontinua a předpokladu vymizení smykových napětí dostaneme

$$p = \int_{R-H}^{R+t} \rho(r, \vartheta, \varphi) g_r(r, \vartheta, \varphi) dr = konst.$$

$t$  je výška topografie

Druhý přístup je konzistentní se vzorcem pro rovný povrch, ale neodpovídá vzorci pro sférický povrch - vhodnost použití jednoho z přístupů závisí na konkrétním tělese.

## Kompenzační mechanismy - izostáze

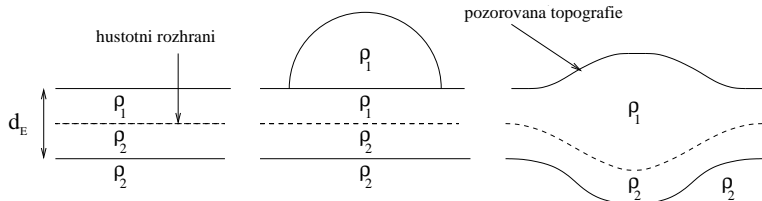
- koeficienty geoidu pro případ izostáze

$$h_{jm} = \frac{4\pi\kappa R}{(2j+1)g_0} (t_S)_{jm} \rho_S \left[ 1 - \left( \frac{R-H}{R} \right)^{j+2} \right]$$

$g_0$  gravitační zrychlení na povrchu,  $(t_S)_{jm}$  koeficienty topografie povrchu,  $\rho_S$  hustota povrchu

## Kompenzační mechanismy - elastická flexe

- na povrchu tělesa předpokládáme přítomnost elastické vrstvy tloušťky  $d_E$ , uvnitř které uvažujeme hustotní rozhraní
- elastická vrstva se po zatížení prohýbá včetně hustotního rozhraní
- topografie na povrchu "držena" silami souvisejícími s deformací elastické vrstvy a vztlakem



## Kompenzační mechanismy - vztah mezi izostázi a elastickou flexí

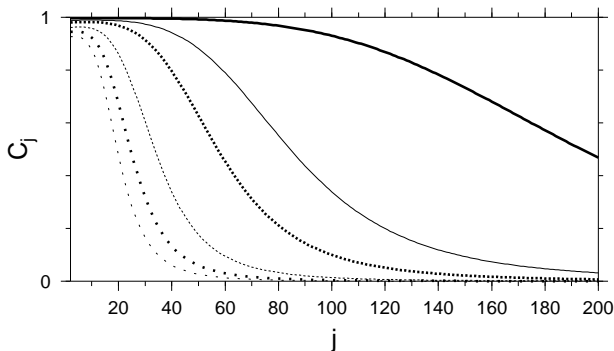
- izostaticky kompenzovaná topografie - držena v rovnováze vztlakovými silami
- elasticky kompenzovaná topografie - klesá s průhybem elastické vrstvy (závislost na tloušťce elastické vrstvy  $d_E$ , na elastických koeficientech  $\lambda$  a  $\mu$  a na laterálním rozměru topografie)
- matematicky

$$(t^E)_{jm} = C_j (t^I)_{jm}$$

kde  $C_j \in (0, 1)$  je kompenzační koeficient pro daný stupeň  $j$  počítaný podle Turcotte et al., 1981

# Kompenzační mechanismy - vztah mezi izostázi a elastickou flexí

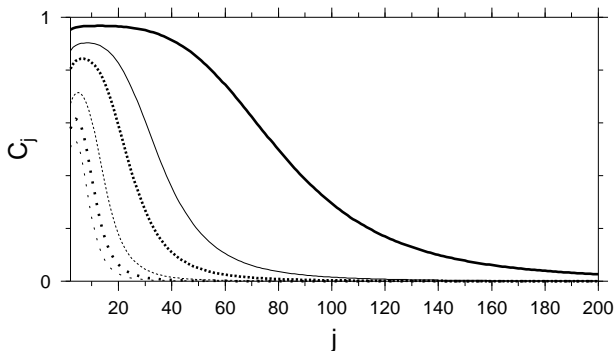
- Země



(nejsilněji tloušťka elastické vrstvy 10 km, směrem dolů pak tloušťky 30, 50, 100, 150 a 200 km)

# Kompenzační mechanismy - vztah mezi izostázi a elastickou flexí

- Mars



(nejsilněji tloušťka elastické vrstvy 10 km, směrem dolů pak tloušťky 30, 50, 100, 150 a 200 km)

## Kompenzační mechanismy - vztah mezi izostázi a elastickou flexí

- koeficienty geoidu pro případ elastické flexe

$$h_{jm} = \frac{4\pi\kappa R}{(2j+1)g_0} (t_S)_{jm} \rho_S \left[ 1 - C_j \left( \frac{R - T_c}{R} \right)^{j+2} \right]$$

$g_0$  gravitační zrychlení na povrchu,  $(t_S)_{jm}$  koeficienty topografie povrchu,  $\rho_S$  hustota povrchu,  $T_c$  tloušťka kůry

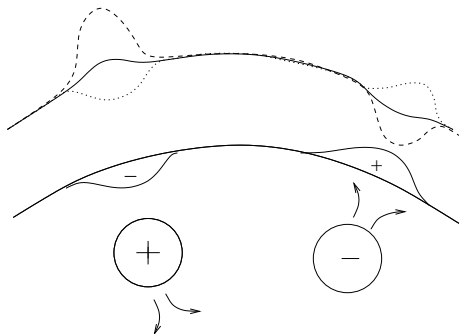


# Kompenzační mechanismy - vztah mezi izostázi a elastickou flexí

- kompenzační koeficient klesá s rostoucím stupněm  $j$ 
  - objekty s vysokým stupněm  $j$  (menší vlnovou délkou  $\Lambda$ ) kompenzovány elasticky (např. oceánské sopky)
  - objekty charakterizované nízkým stupněm  $j$  (větší vlnovou délkou  $\Lambda$ ) "nevnímají" elastickou vrstvu a jsou kompenzovány izostaticky (např. zemské kontinenty)
- kompenzační koeficient závisí na poloměru tělesa  $R$ 
  - těleso s větším poloměrem (Země) je při stejné hodnotě tloušťky elastické vrstvy  $d_E$  a elastických parametrů  $\lambda$  a  $\mu$  charakterizováno pomalejším poklesem kompenzačního koeficientu  $C_j$  než těleso s menším poloměrem (Mars)
  - u menších těles má elastická membrána větší vliv na kompenzaci topografie

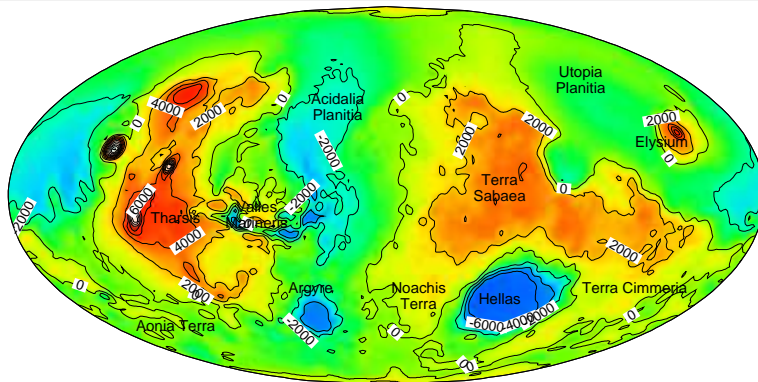
## Kompenzační mechanismy - dynamický mechanismus

- topografie buzená tečením v plášti



$$(\sigma \cdot \vec{e}_r)_r = -\rho_s g_0 t_s$$

## Povrchové útvary na Marsu



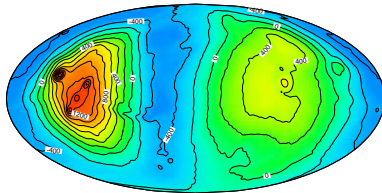
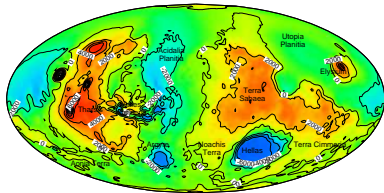
Topografie pro stupně  $j = 2 - 85$

## Povrchové útvary na Marsu

- nížiny s monotónním reliéfem, vysočiny pokryté impaktivními krátery
- hlavní vysočina - oblast *Tharsis* (vulkanického původu) s nejvyšší sopkou *Olympus Mons* (výška více než 20 km - nejvyšší sopka ve Sluneční soustavě), nedaleko další tři sopky *Arsia Mons*, *Pavonis Mons* a *Ascraeus Mons* vysoké 14 až 18 km
- na jižní polokouli dvě impaktivní pánve *Hellas* a *Argyre* - *Hellas* je nejhlubší proláclinou na povrchu planety (současná hloubka kolem 8 km, dříve však mohla být ještě mnohem hlubší)

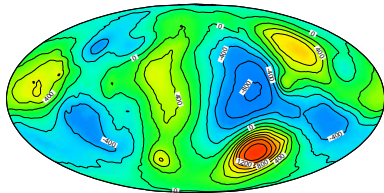
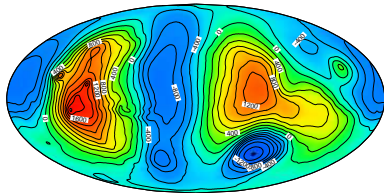
## Geoid a topografie Marsu - porovnání

- oblast Tharsis - geoid i topografie zde dosahují maxima → v plášti pod touto oblastí nepředpokládáme výrazné hustotní anomálie
- pánve Hellas - žádná podobnost topografie a geoidu, stejně tak v oblasti pánve Argyre → v oblasti impakťových pánví očekáváme plášťové hustotní anomálie, jejichž gravitační pole kompenzuje gravitační pole povrchových útvarů



## Geoid generovaný topografií a Bouguerův geoid

- Bouguerův geoid - rozdíl pozorovaného geoidu a geoidu buzeného topografií (geoid buzený hustotními anomáliemi v plášti)
- pod oblastí Tharsis - velmi nevýrazná hustotní anomálie
- pod oblastí Terra Sabaea - výrazná záporná hustotní anomálie
- pod pánví Hellas - výrazná kladná hustotní anomálie

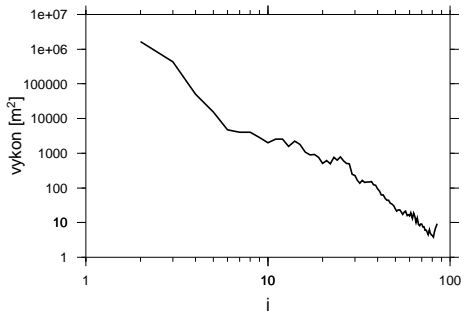


## Předběžná analýza v prostorové oblasti

- hustotní anomálie v plášti pod oblastí Terra Sabaea a v oblasti impaktové pánve Hellas - předpokládáme izostatickou kompenzaci topografie těchto oblastí
- nevýrazné hustotní anomálie pod oblastí Tharsis - topografie této oblasti bude držena spíše velmi silnou elastickou vrstvou nebo silným vzestupným proudem v plášti
- topografie Marsu je zjevně v různých místech kompenzována různými mechanismy

## Výkonová spektra

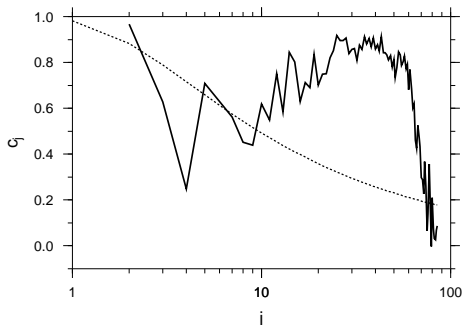
- výkonové spektrum geoidu - přibližně lze vypočítat 3 úseky s různým sklonem ( $j = 2 - 6$ ,  $j = 6 - 30$  a  $j > 30$ )
- výrazný zlom kolem stupně 6 by mohl naznačovat změnu kompenzačního mechanismu





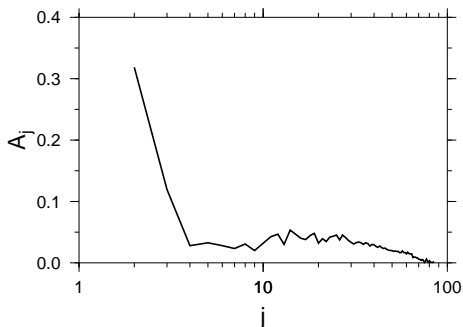
## Korelace

- dobrá korelace topografie a geoidu (úroveň spolehlivosti přesahuje 98%, na obrázku přerušovaně) pro stupně  $j = 10 - 70$



# Admittance

- admittance - nejprudší změna sklonu kolem stupně 4 podporuje domněnku, že kolem stupně 5 by mohla nastat změna v kompenzačním mechanismu



$$h_{jm} = A_j t_{jm} + u_{jm}$$

$A_j$  admittance,  
 $u_{jm}$  reziduum

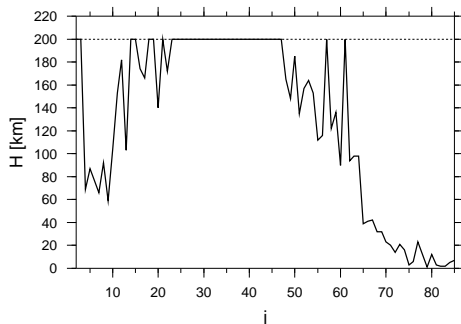
## Izostatická hypotéza

- možnost vysvětlení pozorovaného geoidu pomocí izostatické kompenzace v jediné hloubce kompenzace  $H$  pro všechny stupně
- řešíme obrácenou úlohu - pro každý stupeň  $j$  minimalizujeme funkci

$$S_j^{izo}(H) = \sum_{m=-j}^j \|h_{jm}^{pred}(H) - h_{jm}^{obs}\|^2$$

- $h_{jm}^{pred}(H)$  - teoreticky vypočtené koeficienty geoidu,  
 $h_{jm}^{obs}$  koeficienty pozorovaného geoidu
- $H$  v rozmezí 1 – 200 km

## Izostatická hypotéza



(přerušovaně je naznačena horní hranice uvažovaného intervalu hloubky kompenzace 200 km)

## Izostatická hypotéza

- izostáze - pro různé stupně kolísá optimální hloubka kompenzace v rozsahu celého uvažovaného intervalu (1 – 200 km) → zjevně neexistuje konstantní hloubka kompenzace, která by globálně vysvětlila pozorovaný geoid na všech vlnových délkách

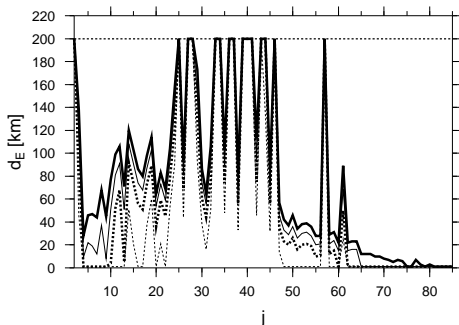
## Hypotéza elastické flexe

- podobný postup jako v případě izostatické hypotézy - minimalizace funkce

$$S_j^{elast}(T_c, d_E) = \sum_{m=-j}^j \|h_{jm}^{pred}(T_c, d_E) - h_{jm}^{obs}\|^2$$

- $T_c$  tloušťka kůry v rozmezí 1 – 200 km,  $d_E$  tloušťka elastické vrstvy v rozmezí 1 – 200 km
- $h_{jm}^{pred}(T_c, d_E)$  - teoreticky vypočtené koeficienty geoidu,  $h_{jm}^{obs}$  koeficienty geoidu pozorovaného

## Hypotéza elastické flexe



(nejsilněji tloušťka kůry 10 km, směrem dolů tloušťky 50, 100 a 200 km, přerušovaně je naznačena horní hranice uvažovaného intervalu tloušťky elastické vrstvy 200 km)

## Hypotéza elastické flexe

- elastická flexe - pro různé stupně a různé tloušťky kůry kolísá tloušťka elastické vrstvy v rozsahu celého uvažovaného intervalu (1 – 200 km) → zjevně neexistuje konstantní tloušťka elastické vrstvy, která by globálně vysvětlila pozorovaný geoid na všech vlnových délkách



## Závěr

- gravitační pole Marsu se nedá globálně vysvětlit na základě Airyho hypotézy izostáze s konstantní hloubkou kompenzace ani na základě hypotézy elastické flexe s konstantní tloušťkou elastické vrstvy
- pro lepší představu o vnitřní struktuře Marsu by bylo vhodné zapojit dynamický mechanismus a provést lokální analýzu → vyřešit obrácené úlohy pro jednotlivé oblasti Marsu