



Řešení obrácené úlohy EM indukce Metropolis-Hastingsovým algoritmem s kvadratickou aproximací nabídkové hustoty pravděpodobnosti

Diplomová práce

Jakub Velímský (velimsky@karel.troja.mff.cuni.cz)

Pod pojmem obrácené úlohy (též optimalizační úlohy) rozumíme širokou škálu problémů ve kterých jsou z pozorovaných měření určovány parametry nějakého fyzikálního systému. Tyto metody se uplatňují nejen ve fyzice a geofyzice, ale i v lékařské a průmyslové diagnostice. V případě geofyzikální obrácené úlohy EM indukce je cílem metody zjistit prostorové rozložení elektrické vodivosti v Zemi z měření elektrického a magnetického pole na jejím povrchu. Z matematického pohledu se tedy ptáme, jaký průběh (hloubkový nebo i trojrozměrný) musí mít koeficient lineární parciální diferenciální rovnice, aby její řešení co nejlépe vystihlo naměřená data na hranici výpočetní oblasti. Taková úloha už je samozřejmě nelineární a obvykle se řeší minimalizací hodnotící funkce (rozdílu mezi predikovanými a pozorovanými daty) na prostoru diskretizovaných hodnot koeficientu (tzv. modelovém prostoru). Metropolis-Hastingsův algoritmus prohledává modelový prostor tak, že se z určitého bodu prostoru vydává náhodně různými směry – obvykle s použitím normálního rozdělení pravděpodobnosti – a po výpočtu hodnotící funkce se podle daných pravidel rozhodne, zda se v tomto směru posune. Tento postup dobře funguje pro relativně malý počet parametrů. Dimenze modelového prostoru však může být velká a hledání globálního minima lze pak opravdu srovnat s hledáním příslovečné jehly v kupce sena. Pankratov a Kuvshinov (2016) navrhují nahradit normální rozdělení nabídkové hustoty pravděpodobnosti lokální kvadratickou aproximací hodnotící funkce. Tím lze významně zaostřit náhodné vyhledávání v okolí aktuálního bodu modelového prostoru a zvýšit podíl úspěšných skoků. K výpočtu kvadratické aproximace potřebujeme ovšem znát Hessián hodnotící funkce (Maksimov & Velímský, 2017). Ten lze získat s využitím řešení adjungované úlohy k původní parciální diferenciální rovnici.

Literatura:

Tarantola A., *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*, SIAM 2005, ISBN: 978-0-89871-572-9.

Pankratov O. and A. Kuvshinov, Applied mathematics in EM studies with special emphasis on an uncertainty quantification and 3-D IE modelling, *Surveys in Geophysics*, **37**, 149–189, 2016.

Maksimov, M.A. and J. Velímský, Fast calculations of the gradient and the Hessian in the time-domain global electromagnetic induction inverse problem, *Geophysical Journal International*, **210(1)**, 270–283, 2017.

