

Seismologie II

(verze 01)

J.Zahradník

Katedra geofyziky MFF UK



Praha 2005

Předmluva

Nepublikovaný a nerecenzovaný učební text, doprovázející stejnojmennou přednášku na KG MFF UK. Je využito výhody elektronického textu, umožňujícího snadné budoucí úpravy podle připomínek studentu a vývoje problematiky. Navazuje na podobný autorův text, vyhotovený k přednášce Seismologie I.

Týká se hlavně matematického popisu souvislostí mezi kinematickým modelem porušení na zlomu a vyzářenými seismickými vlnami. Tak vytváří podklad pro pochopení některých pokročilejších metod určování parametru zemětřesení, jakými jsou např. metody výpočtu momentových tenzorů, rozložení skluzu, vícenásobná zemětřesení. Velmi krátce je zmíněna i předpověď silných zemětřesných pohybů. K úplnému zvládnutí problematiky Seismologie II jsou třeba kromě tohoto textu ještě dvě věci: a) Prostudování připojených časopiseckých článků, b) co největší vlastní počítačové procvičení.

Doporučené články jsou aplikace uvedených metod, provedené na naší katedře v souvislosti s našimi seismickými výzkumy v Řecku. K počítačovému procvičení mohou posloužit dva programové komplexy, které jsem sestavil v letech 2000-2005: Program ISOLA provádí výpočet mnohonásobného momentového tenzoru ze seismogramů regionálních stanic. Program PEXT umožňuje přímý výpočet silných pohybů pro zadaný zdroj konečných rozměrů; kombinuje nízkofrekvenční deterministický a vysokofrekvenční stochastický přístup.

Nejvíce mi pomohla slečna Petra Adamová, studentka geofyziky, která dávala mým přednáškám předbežnou textovou podobu. Touto cestou jí za to velmi děkuji.

Praha, duben 2005

Literatura:

K. Aki, P.G. Richards, Quantitative seismology, 1 and 2. W.H. Freeman and Company., San Francisco 1980.

1 Cíl přednášky

Podat úvod k metodám pomocí nichž se ze seismických měření snažíme zjistit informace o procesu na zlomu. Na konci krátce naznačíme i metody modelování a předpovědi silných zemětřesných pohybů.

2 Matematický popis

K matematickému popisu potřebujeme seismické (elastické) posunutí $\vec{u}(\vec{x}, t)$. Zlomovou plochu označíme Σ , polohový vektor bodu pozorování \vec{x} (používáme lagrangeovský popis). Nespojitost posunutí $[u(\vec{\xi}, t)]$ neboli trhlinu definujeme takto:

$$(\vec{u}(\vec{x} \rightarrow \vec{\xi}_+, t) - \vec{u}(\vec{x} \rightarrow \vec{\xi}_-, t)) = [\vec{u}(\vec{\xi}, t)] \quad (1)$$

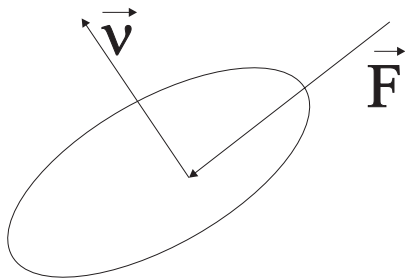
pro

$$\vec{\xi} \in \Sigma.$$

Vektor napětí definujeme vztahem:

$$F_i = \tau_{ij} \nu_j, \quad (2)$$

kde τ_{ij} je tenzor napětí a ν_j je vnější normála k dané ploše.

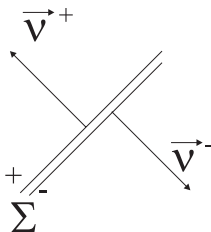


Nyní budeme uvažovat zlom Σ jako dvoustrannou plochu.

$$\vec{F}^+ = \tau_{ij}^+ \nu_j^+ = -\tau_{ij}^- \nu_j^- = -\vec{T}^+ \vec{F}^- = \tau_{ij}^- \nu_j^- = \tau_{ij}^+ \nu_j^+ = \vec{T}^- \vec{F}^+ \quad (3)$$

kde jsme definovali \vec{T} a zavedli jen jednu normálu vztahem

$$\vec{\nu} = \vec{\nu}^- = -\vec{\nu}^+. \quad (4)$$



Z podmínky akce a reakce dostáváme

$$\vec{F} = -\vec{F}^-, \quad (5)$$

tedy

$$\vec{T}^+ = \vec{T}^- \Leftrightarrow [T] \equiv 0, \quad (6)$$

což je podmínka spojitosti trakce na zlomové ploše Σ .

Budeme uvažovat pouze tzv. kinematické modelování, pracující s popisem $[u(\vec{\xi}, t)]$, aniž bychom se zabývali dynamickým procesem vzniku a šíření trhliny

3 Formulace úlohy

3.1 Formulace přímé úlohy I

Budeme zkoumat vztah nespojitosti posunutí a seismického posunutí. Uvažujme objem V , který je omezen zvenčí volným povrchem S a zevnitř plochou zlomu Σ .

c Označme tenzor napětí τ_{ij} , hustotu ρ . Pohybová rovnice bude mít tvar

$$\tau_{ij,j} = \rho \ddot{u}_i \quad x \notin \Sigma. \quad (7)$$

Objemové síly v pohybové rovnici neuvažujeme. Cílem je zjistit pole $\vec{u}(\vec{x}, t)$

Okrajová podmínka má tvar

$$[\vec{u}(\vec{\xi}, t)] \neq 0 \quad \vec{\xi} \in \Sigma \quad (8)$$

$$[\vec{T}(\vec{\xi}, t)] = 0 \quad \vec{\xi} \in \Sigma \quad (9)$$

Na volném povrchu platí

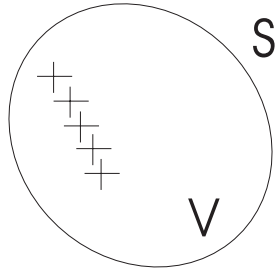
$$\vec{T}(\vec{x}, t) \equiv 0 \quad (10)$$

3.2 Formulace přímé úlohy II

Uvažujme pohybovou rovnici ve tvaru

$$\tau_{ij,j} + \tilde{f}_i = \rho \ddot{u}_i, \quad (11)$$

kde \tilde{f}_i jsou objemové síly ekvivalentní zdroji (používá se také název ekvivalentní objemové síly). Jsou to síly, které by vyvolaly stejné vlnové pole jako nespojitost posunutí ve formulaci I.



Ve formulaci II nemluvíme o zlomové ploše ani o nespojitosti posunutí. V tomto smyslu je jednodušší než formulace I, studujeme objem V ohraničený plochou S . Plocha S je volná, t.j. trakce na ní vymizí.

4 Definice Greenova tenzoru

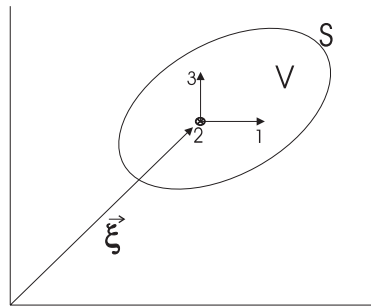
Uvažujme pohybovou rovnici ve tvaru

$$\tau_{ij,j} + f_i^p = \rho \ddot{u}_i, \quad (12)$$

kde

$$f_i^p = A \delta(\vec{x} - \vec{\xi}) \delta(t - \tau) \delta_{ip} \quad i, p = 1, 2, 3 \quad (13)$$

je vtištěná síla ve směru p -té souřadné osy, soustředěná v bodě $\vec{\xi}$ a čase τ , tzv. impulzní síla.



Rozměr objemové síly je $\frac{N}{m^3}$. Z toho určíme rozměr konstanty A , označený $\{A\}$

$$\frac{N}{m^3} = \{A\} \frac{1}{m^3} \frac{1}{s} \quad (14)$$

Odkud

$$\{A\} = N \cdot s = \frac{kg \cdot m \cdot s}{s^2} = \frac{kg \cdot m}{s}. \quad (15)$$

Speciálně pro $A = 1 \frac{kg \cdot m}{s}$ označíme řešení $\frac{1}{A} u_i(\vec{x}, t)$ jako $G_{ip}(\vec{x}, t; \vec{\xi}, t)$ a nazveme jej Greenův tenzor nebo Greenova funkce. Protože rozměr posunutí je m , vychází

rozměr $\{G\} \frac{s}{kg}$. G_{ip} je tedy (až na konstantu A) i -tá složka posunutí v bodě \vec{x} a čase t vyvolaná silou působící ve směru p -té osy v bodě $\vec{\xi}$ a čase t . Jinak řečeno, je to impulzní odezva prostředí.

Poznámky

1. Pro prostředí předpokládáme dokonale elastické, obecně anizotropní a nehomogenní. Tenzor napětí lze vyjádřit následovně:

$$\tau_{pq} = C_{pqrs} \frac{1}{2} (u_{r,s} + u_{s,r}) = C_{pqrs} u_{r,s}. \quad (16)$$

Vektor trakce můžeme potom zapsat pomocí Greenova tenzoru

$$T_n^m = \tau_{pq} \nu_q = C_{pqrs} A \cdot G_{rm,s} \nu_q. \quad (17)$$

2. Greenův tenzor jsme sice definovali, ale není vůbec snadné ho počítat. Tím se zde nezabýváme.

5 Řešení úloh I a II

Nejprve se budeme zabývat přímou úlohou II, čili rovnicí

$$\tau_{ij,j} + \tilde{f}_i = \rho \ddot{u}_i. \quad (18)$$

Známe-li \tilde{f}_i můžeme řešení zapsat ve tvaru

$$u_i = \int_V \tilde{f}_p * G_{ip} dV. \quad (19)$$

Konvoluce (označena hvězdičkou) vyjadřuje obecný princip lineární superpozice. Posunutí v čase t je ovlivněno celou časovou historií působící síly. Integrace vyjadřuje, že objemové síly působí obecně kdekoli v objemu V , zatím ale nevíme, kde jsou tyto síly nenulové. Greenovy funkce jsou odezvy na sílu ve směru souřadných os, ale síla má obecnou orientaci, proto musíme sčítat přes index p .

Definujme zobecněné napětí $\tilde{\tau}_{ij}$ vztahem

$$\tilde{f}_i = -\tilde{\tau}_{ij,j}. \quad (20)$$

Pohybovou rovnicí pak můžeme přepsat na tvar

$$\tau_{ij,j} - \tilde{\tau}_{ij,j} = \rho \ddot{u}_i. \quad (21)$$

Řešení této rovnice pak vypadá takto

$$u_i = - \int_V \tilde{\tau}_{pq,q} * G_{ip} dV = - \int_V (\tilde{\tau}_{pq} * G_{ip})_{,q} dV + \int_V \tilde{\tau}_{pq} * G_{ip,q} dV. \quad (22)$$

Použijeme-li na první integrál Gaussovu větu dostaneme

$$u_i = - \int_S \tilde{\tau}_{pq} * G_{ip} \nu_q dS + \int_V \tilde{\tau}_{pq} * G_{ip,q} dV. \quad (23)$$

První integrál obsahuje trakci ($\vec{T}_p = \tilde{\tau}_{pq} \nu_q$), která je na volném povrchu S nulová. Proto zbývá jen druhý integrál, čili

$$u_i = \int_V \tilde{\tau}_{pq} * G_{ip,q} dV. \quad (24)$$

Zde se objevila prostorová derivace Greenovy funkce podle q-té souřadnice $G_{,q}$.

$$\frac{dG}{d\xi_q} = \lim_{\Delta\xi \rightarrow 0} \frac{G(\xi) - G(\xi - \Delta\xi)}{\Delta\xi_q}. \quad (25)$$

Derivace je ekvivalentní součtu opačně orientovaných veličin s malým posunem (ramenem). Protože veličiny G jsou účinky sil, představuje $G_{,q}$ účinek dvojice sil.

Zobecněné napětí $\tilde{\tau}_{pq}$ můžeme vyjádřit pomocí zobecněné deformace $\tilde{\varepsilon}_{rs}$ a zobecněného posunutí \tilde{u}_r takto

$$\tilde{\tau}_{pq} = C_{pqrs} \tilde{\varepsilon}_{rs} = C_{pqrs} \tilde{u}_{r,s}, \quad (26)$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial \xi_1} = \lim_{\Delta\xi \rightarrow 0} \frac{u_r(\xi) - u_r(\xi - \Delta\xi)}{\Delta\xi} = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{u_r^+ - u_r^-}{\Delta l} \cdot \cos \alpha = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{u_r^+ - u_r^-}{\Delta l} \cdot \nu_1, \quad (27)$$

kde jsme použili vztah

$$\Delta\xi \cos \alpha = \Delta l. \quad (28)$$

Pro zobecněné napětí tedy dostáváme

$$\tilde{\tau}_{pq} = C_{pqrs} [u_r] \nu_s \delta(\Sigma). \quad (29)$$

kde jsme zavedli tzv. plošnou delta funkci $\delta(\Sigma)$, rozměr m^{-1} . Řešení úlohy II tedy je

$$u_i = \int_V \tilde{\tau}_{pq} * G_{ip,q} dV = \int_V C_{pqrs} [u_r] \nu_s \delta(\Sigma) * G_{ip,q} dV. \quad (30)$$

Nyní se budeme zabývat přímou úlohou I. Pro řešení budeme potřebovat reprezentační teorém, který zde uvedeme bez odvození:

$$u_i = \int_V f_p * G_{ip} dV + \int_S C_{pqrs} u_{r,s} \nu_q * G_{ip} - \int_S C_{pqrs} u_r \nu_s * G_{ip,q} dS. \quad (31)$$

Při odvození tohoto teoremu se používá věta o reciprocitě

$$G_{ip}(\vec{x}; \vec{\xi}) = G_{pi}(\vec{\xi}; \vec{x}). \quad (32)$$

V naší úloze budeme plochou S rozumět sjednocení volného povrchu a obou stran zlomové plochy (Σ^+ , Σ^-). Protože ve formulaci I neuvažujeme žádné objemové síly, vynuluje se první integrál v reprezentačním teoremu. Druhý integrál můžeme upravit takto:

$$\int_S C_{pqrs} u_{r,s} \nu_q * G_{ip} = \int_S T_p * G_{ip}. \quad (33)$$

Tento integrál ale musí být také nulový, protože povrch je volná plocha

Nyní upravíme poslední integrál

$$- \int_S C_{pqrs} u_r \nu_s * G_{ip,q} dS = \int_{\Sigma^+} C_{pqrs} u_r^+ \nu_s^+ * G_{ip,q}^+ dS - \int_{\Sigma^-} C_{pqrs} u_r^- \nu_s^- * G_{ip,q}^- dS. \quad (34)$$

Pokud použijeme větu o reciprocitě a zavedeme pouze jednu normálu vztahem $\vec{\nu} = \vec{\nu}^-$ dostaneme výsledný vztah

$$u_i = \int_{\Sigma} C_{pqrs} [u_r] \nu_s * G_{ip,q} d\Sigma. \quad (35)$$

Zavedme následující označení

$$m_{pq} = C_{pqrs} [u_r] \nu_s. \quad (36)$$

Tensor m_{pq} nazýváme plošnou hustotou seismického momentu. Pro posunutí jsme tedy dostali velmi důležitý lineární vztah

$$u_i = \int_{\Sigma} m_{pq} * G_{ip,q} d\Sigma. \quad (37)$$

Toto řešení můžeme přepsat pomocí objemového integrálu následovně

$$u_i = \int_V m_{pq} \delta(\Sigma) * G_{ip,q} dV, \quad (38)$$

Z tohoto vztahu je vidět, že pro zobecněné napětí $\tilde{\tau}_{pq}$ můžeme psát

$$\tilde{\tau}_{pq} = m_{pq} \delta(\Sigma), \quad (39)$$

čímž je ukázána ekvivalence formulací I a II.

6 Vlastnosti tenzoru seismického momentu

Z definice m_{pq} a ze symetrie tenzoru C_{pqrs} plyne symetrie

$$m_{pq} = m_{qp} \quad (40)$$

Tenzor m_{pq} má tedy 6 nezávislých složek.

V izotropním prostředí platí

$$C_{pqrs} = \lambda \delta_{pq} \delta_{rs} + \mu (\delta_{pr} \delta_{qs} + \delta_{ps} \delta_{qr}). \quad (41)$$

Pokud vynásobíme tento vztah $[u_r] \nu_s$ dostaneme

$$m_{pq} = \lambda \delta_{pq} [u_s] \nu_s + \mu ([u_p] \nu_q + [u_q] \nu_p). \quad (42)$$

Zavedeme označení: $[u_s] = \Delta u \cdot n_s$, kde Δu je velikost nespojitosti posunutí a \vec{n} je jednotkový vektor.

Tenzor seismického momentu pak je

$$m_{pq} = (\lambda n_s \nu_s \delta_{pq} + \mu (n_p \nu_q + n_q \nu_p)) \Delta u. \quad (43)$$

Přítom stopa tohoto tenzoru je

$$m_{kk} = (3\lambda + 2\mu) n_k \nu_k \Delta u. \quad (44)$$

Jestliže navíc $\vec{\nu} \perp \vec{n}$, čili jedná-li se o čistý smyk, $\vec{u} \in \Sigma$, platí $m_{kk} = 0$ a

$$m_{pq} = \mu (n_p \nu_q + n_q \nu_p). \quad (45)$$

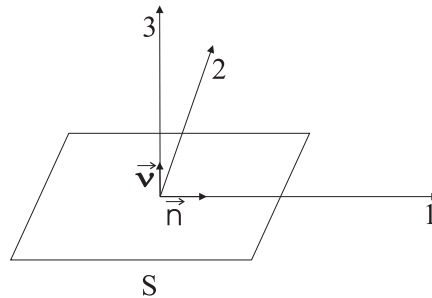
Poznámka: V obecném případě můžeme tenzor seismického momentu rozložit na jeho izotropně část a část deviatorickou m'_{pq} :

$$m_{pq} = \frac{1}{3} m_{ss} \delta_{pq} + m'_{pq} \quad (46)$$

Stopa deviatoru je vždy nulová, $m'_{ss} = 0$, k popisu m'_{pq} tedy stačí 5 složek.

7 Souřadný systém zlomu

Zvolme souřadný systém popsany vektory $\vec{n} = (1, 0, 0)$ a $\vec{\nu} = (0, 0, 1)$. Někdy ho nazýváme souřadný systém zlomu. S vektorem \vec{n} ztotožníme 1. osu, s vektorem $\vec{\nu}$ 3. osu a 2. osu zvolíme tak, aby systém byl pravotočivý.



Tenzor seismického momentu v tomto souřadném systému pak vypadá takto

$$m_{pq} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \mu\Delta u \\ 0 & 0 & 0 \\ \mu\Delta u & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (47)$$

Dvě nenulové složky $\mu\Delta u$ označíme jako m , takže

$$u_i = m_{pq} * G_{ip,q} = m * G_{i1,3} + m * G_{i3,1}. \quad (48)$$

Vidíme, že posunutí je v tomto souřadném systému ekvivalentní účinku dvou dipólů. Dvojitý dipól (angl. double couple) označujeme DC. Přidržíme se souřadného systému zlomu a vyjádříme v něm nyní vlastní vektory tenzoru m_{pq} .

K nalezení vlastních čísel λ a vlastních vektorů v je třeba řešit rovnici

$$(m_{pq} - \lambda\delta_{pq})v_q = 0 \quad p, q = 1, 2, 3 \quad (49)$$

$$\begin{pmatrix} -\lambda & 0 & m \\ 0 & -\lambda & 0 \\ m & 0 & -\lambda \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = 0. \quad (50)$$

Podmínka nulového determinantu dává

$$\lambda(m^2 - \lambda^2) = 0. \quad (51)$$

Vlastní čísla jsou tedy $\lambda_1 = 0$ a $\lambda_{2,3} = \pm m$

Nalezení vlastního vektoru příslušejícího vlastnímu číslu $\lambda = 0$:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & m \\ 0 & 0 & 0 \\ m & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1^1 \\ v_2^1 \\ v_3^1 \end{pmatrix} = 0. \quad (52)$$

$$m.v_3^1 = 0.v_2^1 = 0m.v_1^1 = 0. \quad (53)$$

Normovaný vlastní vektor je $\vec{v}^1 = (0, 1, 0)$.

Podobně pro $\lambda = m$

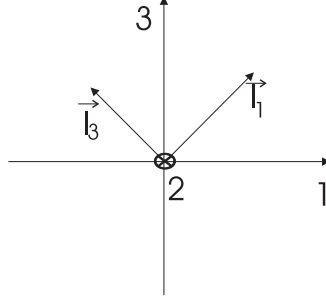
$$\begin{pmatrix} -m & 0 & m \\ 0 & -m & 0 \\ m & 0 & -m \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1^2 \\ v_2^2 \\ v_3^2 \end{pmatrix} = 0 \quad (54)$$

$$-m.v_1^2 + mv_3^2 = 0m.v_2^2 = 0m.v_1^1 - mv_3^2 = 0. \quad (55)$$

Normovaný vlastní vektor : $\vec{v}^2 = (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}})$

A konečně vlastnímu číslu $\lambda = -m$ odpovídá vlastní vektor $\vec{v}^3 = (\pm\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \mp\frac{1}{\sqrt{2}})$
Znaménka \vec{v}^3 a pořadí zvolíme tak, aby vektory tvořily pravotočivý systém, kde označíme

$$\vec{l}^1 = (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) \vec{l}^2 = (0, 1, 0) \vec{l}^3 = (-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}). \quad (56)$$



V systému hlavních os má tenzor m_{pq} diagonální tvar

$$\begin{pmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -m \end{pmatrix} \quad (57)$$

Silové působení ekvivalentní zlomu je v tomto souřadném systému popsáno dvěma dipóly bez momentu (někdy zvané degenerované dipóly nebo lineární dipóly),

$$u_i = m * G_{1,1} - m * G_{3,3}. \quad (58)$$

8 Greenův tenzor

Základní vlastnosti Greenova tenzoru ukážeme na speciálním případě izotropního homogenního a neomezeného prostředí. Greenův tenzor má pak následující tvar

$$\begin{aligned} G_{ip}(\vec{x}, t; \vec{\xi}, \tau) = & \frac{1}{4\pi\rho} (3\gamma_i\gamma_p - \delta_{ip}) \frac{1}{r^3} \int_{\frac{r}{\alpha}}^{\frac{r}{\beta}} t' \delta(t - \tau - t') dt' \\ & + \frac{1}{4\pi\rho\alpha^2} \gamma_i\gamma_p \frac{1}{r} \delta(t - \tau - \frac{r}{\alpha}) \\ & - \frac{1}{4\pi\rho\beta^2} (\gamma_i\gamma_p - \delta_{ip}) \frac{1}{r} \delta(t - \tau - \frac{r}{\beta}), \end{aligned} \quad (59)$$

kde $\vec{r} = \vec{x} - \vec{\xi}$ a $\vec{\gamma}$ je jednotkový vektor ve směru \vec{r} .

První člen popisuje tzv. blízkou zónou, další dva členy jsou vlny P a S v daleké zóně.

K vyjádření posunutí

$$u_i = M_{pq} * G_{ip,q}, \quad (60)$$

budeme potřebovat derivaci $G_{ip,q}$. Uvažujme nejprve pouze P vlny v aproximaci daleké zóny. Po úpravách, v nichž zanedbáme všechny členy ubývající rychleji než $\frac{1}{r}$, dostaneme přibližný vztah

$$G_{ip,q}^P \doteq \frac{\gamma q}{\alpha} \dot{G}_{ip}. \quad (61)$$

Prostorovou derivaci se v aproximaci daleké zóny podařilo vyjádřit pomocí časové derivace.

Přejdeme-li k prostorové derivaci Greenova tenzoru v plném tvaru bez aproximací, dostaneme

$$G_{ip,q} = \frac{const}{r^4} \int_{\frac{r}{\alpha}}^{\frac{r}{\beta}} t' \delta(t - t') + \dots \frac{const}{\beta^2 r^2} \delta(t - \frac{r}{\beta}) + \dots \frac{const}{\beta^3 r} \dot{\delta}(t - \frac{r}{\beta}), \quad (62)$$

kde \dots znamená, že explicitně nevypisujeme členy pro P vlny. Konstanty označujeme stejně (const.), ale v každém členu mají jinou hodnotu. První, druhý a třetí člen se nazývají blízká, střední a daleká zóna. Po konvoluci s momentovým tenzorem se střední a daleká zóna projeví jako $M(t)$ a $\dot{M}(t)$. M je neklesající a \dot{M} je jednostranný puls. Zvolme M jako rampu o délce náběhu a , výšku zvolme 1. Derivace \dot{M} je obdélník vysoký $\frac{1}{a}$ a široký a . Porovnejme druhý a třetí člen z derivace Greenovy funkce a vzdálenost r vyjádřeme jako násobek vlnové délky λ .

$$r = n\lambda = n\beta T \sim n\beta a \quad (63)$$

Dostaneme:

$$\frac{\beta^3 r a}{\beta^2 r} = \frac{\beta a}{n\beta a} = \frac{1}{n}. \quad (64)$$

Vidíme, že ve vzdálenosti $n\lambda$ je poměr střední a daleké zóny $\frac{1}{n}$. Jinými slovy není překvapením, když relativně blízko u zdroje (např. $n=10$) má nevratné posunutí nezanedbatelnou velikost ($\frac{1}{10}$) oproti amplitudě vratného posunutí. V praxi je vše mnohem složitější díky hodnotám členů, které jsme označili jako const.

9 Vlnové pole pro bodový zdroj

Vyjděme ze vztahu

$$u_i = \int_{\Sigma} m_{pq} * G_{ip,q} d\Sigma \quad (65)$$

a uvažujme případ pozorovatele ve vzdálenosti o hodně větší než rozměry zlomu (bodová aproximace)

$$u_i = G_{ip,q}(\vec{x}, \vec{\xi}_0) * \int_{\Sigma} m_{pq} d\Sigma, \quad (66)$$

kde $\vec{\xi}_0$ je referenční průvodič zdroje ve smyslu věty o střední hodnotě. Zavedeme označení $\int_{\Sigma} m_{pq} d\Sigma = \widetilde{M}_{pq}(t)$ pro časovou závislost seismického momentu. Speciálně $\widetilde{M}_{pq}(t \rightarrow \infty) = M_{pq}$, což je číslo (tenzor) vyjadřující výslednou hodnotu momentu.

V případě čistého smyku platí vztah

$$m_{pq} = \mu \Delta u (n_p \nu_q + n_q \nu_p). \quad (67)$$

Pokud výraz v závorce označíme a_{pq} můžeme psát

$$\widetilde{M}_{pq}(t) = \int_{\Sigma} a_{pq}(\vec{\xi}) \mu \Delta u(\vec{\xi}, t). \quad (68)$$

Časovou závislost tenzoru a_{pq} neuvažujeme, protože předpokládáme, že se v průběhu procesu nemění směr skluzu. Tensor a_{pq} v systému vlastních vektorů vypadá takto

$$a_{pq} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (69)$$

Ve složkách můžeme psát

$$\widetilde{M}_{11}(t) = \int_{\Sigma} \mu \Delta u = \widetilde{M}_{33}(t)(\vec{\xi}, t) d\Sigma. \quad (70)$$

Vidíme, že je logické definovat veličinu

$$M_{11} = \int_{\Sigma} \mu \Delta u(\vec{\xi}, t \rightarrow \infty) d\Sigma = M_0, \quad (71)$$

což je tzv. skalární seismický moment M_0 .

Zavedme normu tenzoru a_{pq} jako největší absolutní hodnotu z vlastních čísel.

V případě čistého smyku

$$\| M_{pq} \| = M_0. \quad (72)$$

Vraťme se k vlnovému poli. Spec. P vlna v homogenním neomezeném izotropním prostředí a v aproximaci daleké zóny je

$$u_i^P = \frac{\gamma_i \gamma_p \gamma_q}{4\pi \rho \alpha^3} \frac{1}{r_0} \dot{\delta}(t - \frac{r_0}{\alpha}) * \widetilde{M}_{pq}. \quad (73)$$

Tento vztah můžeme dále upravit na vztah

$$u_i^P = \frac{\gamma_i \gamma_p \gamma_q}{4\pi \rho \alpha^3} \frac{1}{r_0} \widetilde{M}_{pq}(t - \frac{r_0}{\alpha}), \quad (74)$$

kde jsme použili vlastnosti konvoluce

$$\dot{f} * g = f * \dot{g} \quad (75)$$

$$f(t - \tau) * g = f * g(t - \tau) \quad (76)$$

Bodová aproximace P vln pro čistý smyk je

$$u_i^P = \frac{\gamma_i \gamma_p \gamma_q (n_p \nu_q + n_q \nu_p)}{4\pi \rho \alpha^3 r_0} \int_{\Sigma} \mu \Delta \dot{u}(t - \frac{r_0}{\alpha}), \quad (77)$$

což lze zapsat v kompaktnějším tvaru jako

$$u_i^P = \frac{\gamma_i \mathcal{F}^P}{4\pi \rho \alpha^3 r_0} \dot{M}_0(t), \quad (78)$$

kde $\mathcal{F}^P = 2(\vec{\gamma}\vec{n})(\vec{\gamma}\vec{\nu})$ vyjadřuje vyzařovací charakteristiku zdroje pro P vlny.

Doplňme ještě "částečnou bodovou aproximaci" (členy před integrálem brány v referenčním bodě)

$$u_i^P = \frac{\mu \gamma_i(\vec{\xi}_0) \mathcal{F}^P}{4\pi \rho \alpha^3 r_0} \int_{\Sigma} \Delta \dot{u}(\vec{\xi}, t - \frac{r(\vec{\xi})}{\alpha}) = \frac{\mu \gamma_i(\vec{\xi}_0) \mathcal{F}^P}{4\pi \rho \alpha^3 r_0} \Omega^P(t). \quad (79)$$

Zde $\Omega^P(t)$ je tzv. časová funkce zdroje. Souvisí se skalárním momentem,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Omega^P(t) dt = \frac{M_0}{\mu} \quad (80)$$

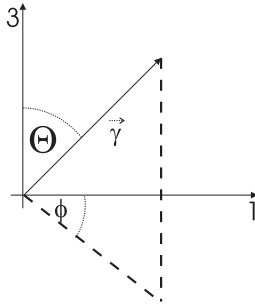
Toto je princip určování M_0 z měření $u(t)$, resp. (lépe) přímo z $\Omega(t)$. Výpočet $\Omega(t)$ z $u(t)$ je ovšem v reálném (nehomogenním) prostředí poměrně složitý. Oproti předchozímu případu uvažujeme v Greenově funkci posun daný vzdáleností $r(\vec{\xi})$ nikoli r_0 . Zde se již projeví směrovost zdroje, viz níže.

Vyzařovací charakteristika zdroje $\mathcal{F}^P = 2(\vec{\gamma}\vec{n})(\vec{\gamma}\vec{\nu})$ se snadno pochopí v soustavě souřadné spojené se zlomem, kde

$$\gamma_1 = \sin\Theta \cos\phi \gamma_3 = \cos\Theta, \quad (81)$$

takže dostáváme

$$\mathcal{F}^P = 2\gamma_1 \gamma_3 = \sin(2\Theta) \cos\phi. \quad (82)$$



V rovinách (3,2) a (1,2) je $\mathcal{F}^P \equiv 0$, jsou to tzv. nodální (uzlové) roviny. Nodální roviny vymezují čtyři sektory, v nichž se střídají znaménka P vln.

10 Určení tenzoru seismického momentu M z vlnového pole

Připomeňme bodovou aproximaci

$$u_i = \widetilde{M}_{pq} * G_{ip,q} \quad (83)$$

a předpokládejme, že všechny složky \widetilde{M}_{pq} mají stejnou časovou závislost: $\widetilde{M}_{pq}(t) = M_{pq}M(t)$. Dále předpokládejme, že tuto závislost známe. Pokud např. pracujeme s vlnami o periodách delších než je trvání ohniskového procesu, můžeme považovat $M(t)$ za stupeň (Heaviside), čili $\dot{M}(t) = \delta(t)$. Konvoluci

$$M(t) * G_{ip,q}(t) = R_{ip,q}(t) \quad (84)$$

tedy umíme spočítat. Protože M_{pq} má 6 nezávislých složek, můžeme ještě zápis s dvojicí indexů p, q zjednodušit pomocí jednoho indexu $k = 1, \dots, 6$:

$$u_i(t) = M_k R_{ik}(t). \quad (85)$$

Dostali jsme soustavu lineárních algebraických rovnic, svazujících časový průběh posunutí $u_i(t)$ s šesticí hledaných hodnot M_1, \dots, M_6 . Máme-li např. 5 stanic, tři složky ($i = 1, 2, 3$) a každý záznam 1000 bodů, je k dispozici 15000 hodnot $u_i(t)$, takže hledání šesti složek M_k je úloha velmi silně přeúčtená. Řeší se metodou nejmenších čtverců. Chceme-li určovat také časový průběh $M(t)$, je možno postupovat např. tak, že přejdeme pomocí Fourierovy transformace do frekvenční oblasti, kde (komplexní) spektra $u_i(f)$, $\widetilde{M}_{pq}(f)$, $G_{ip,q}(f)$ jsou opět svázána lineárním vztahem

$$u_i(f) = M_k M(f) \cdot G_{ik}(f). \quad (86)$$

V tomto případě nehledáme jen 6 čísel M_1, \dots, M_6 , ale 6 funkcí $M_k M(f)$. Rovnice řešíme buď v komplexní aritmetice nebo je převedeme na soustavy pro reálné a imaginární části.

11 Interpretace tenzoru seismického momentu M

Nyní ukážeme, jak naložit s výsledkem výše popsané obrácené úlohy. Nejprve spočteme stopu M_{kk} , která představuje izotropní (objemovou) složku zdroje. Dále spočteme deviatorickou část

$$M'_{pq} = M_{pq} - \frac{1}{3} M_{kk} \delta_{pq}. \quad (87)$$

Dále se budeme zabývat pouze touto deviatorickou částí, kterou diagonalizujeme.

$$M'_{pq} = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 - M_1 & 0 \\ 0 & 0 & -M_2 \end{pmatrix}, \quad (88)$$

kde jsme vlastní čísla vyjádřili pomocí $M_1, M_2 > 0$ a $M_1 > M_2$.

$$M'_{pq} = M_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{M_2 - M_1}{M_1} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{M_2}{M_1} \end{pmatrix} = M_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -f & 0 \\ 0 & 0 & f - 1 \end{pmatrix}, \quad (89)$$

kde $M_1 = \|M'_{pq}\|$ je velikost momentového tenzoru a kde jsme použili označení $\frac{M_2 - M_1}{M_1} = -f, f \geq 0$. Při čistém smyku je $f = 0$.

Uvažujme, jaké maximální hodnoty může nabývat veličina f :

$$|-f| < |f - 1|$$

$$f \leq 1 - f$$

$$f \leq \frac{1}{2}$$

takže největší odchylku od čistého smyku vyjadřuje hodnota $f = \frac{1}{2}$

Dále budeme místo tenzoru psát jen jeho diagonální prvky a zavedeme následující formální rozklad

$$(1, -f, f - 1) = a(1, 0, -1) + (w_1, w_2, w_3). \quad (90)$$

Zvolíme-li a tak, abychom měli pro $a = 1$ čistý smyk a pro $a = 0$ největší odchylku od čistého smyku, t.j. $a = 1 - 2f$ lze psát

$$(1, -f, f - 1) = (1 - 2f)(1, 0, -1) + 2f(1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}). \quad (91)$$

Toto je rozklad diagonalizovaného deviatoru na DC (z angl. double couple) a CLVD (z angl. compensated linear vector dipole). Obě složky mají stejné hlavní osy, ale působí v nich různé síly. Koeficient $a = 1 - 2f$ vyjadřuje velikost smykové části. Většinou se bere $a \cdot 100$ (v procentech) a říká se mu "procento čistého smyku", zkráceně DC%. Rozklad tenzoru je nejednoznačný, můžeme nalézt i úplně jiný, např.

$$(1, -f, f - 1) = (1, 0, -1) + f(0, -1, 1), \quad (92)$$

kde obě složky představují čistý smyk.

Poznámky k určení M

1. u_i představuje pohyb půdy (posunutí), je tedy vždy nutná instrumentální korekce seismogramů.
2. Snažíme se omezit na co nejdější periody posunutí abychom omezili vliv nejistoty modelu prostředí. Hlavní zdroj neurčitosti pochází z nedostatečné znalosti Greenovy funkce G . Není to však jen problém modelu prostředí, ale i lokace (zejména hloubka je nejistá). Proto při řešení obrácené úlohy M_{pq} testujeme vždy několik hloubek. Jinými slovy určujeme M_{pq} a hloubku současně. Úloha M_{pq} je lineární (metoda nejmenších čtverců), vliv hloubky je nelineární (proto používáme přebírání). Hloubka takto určená ze seismogramů souvisí s místy největšího skluzu na zlomové ploše a jmenuje se "centroidální" hloubka. Je v principu jiná než hloubka hypocentrální, která se určuje při lokaci z prvních vln a souvisí s místem, kde zlomový proces začal.
3. Tato obrácená úloha se v angličtině nazývá 'waveform inversion' (inverze vlnových obrazů), protože tvarová shoda mezi pozorovaným a syntetickým seismogramem je důležitější než shoda jejich maximálních amplitud.

12 Směrová závislost zdánlivé časové funkce zdroje

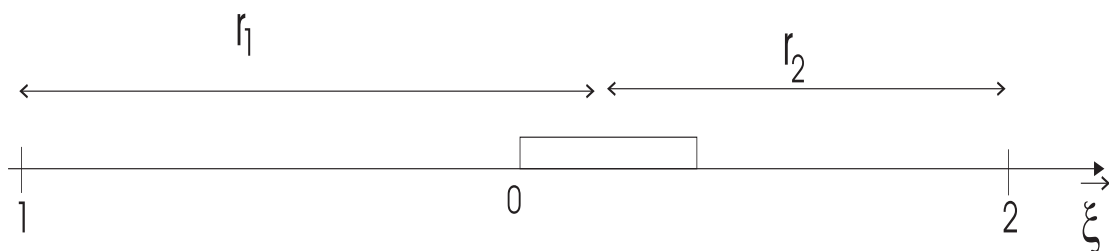
Haskellův model zdroje (1960)

Budeme uvažovat pouze P vlny. Časová funkce má tvar

$$\Omega(\vec{x}, t) = \int_{\Sigma} \Delta \dot{u}(\vec{\xi}, t - \frac{r}{\alpha}) d\Sigma. \quad (93)$$

Předpoklady

1. Zdroj budeme aproximovat obdélníkem o délce L a šířce W .
2. $L \gg W$, používáme tedy 1D aproximaci zdroje, někdy se říká lineární zdroj, nebo úsečkový zdroj.



3. Rychlost šíření trhliny je konstantní $v = \text{const.}$ a uvažujeme její jednostranné šíření od jednoho kraje úsečky (počátku) ke druhému kraji.
4. Časový průběh skluzu Δu je všude stejný, $g(t)$. Podél zlomu se skluz liší jen posuvem:

$$g(\xi, t) = g\left(t - \frac{\xi}{v}\right). \quad (94)$$

Budeme sledovat vlnové pole ve dvou bodech po směru a proti směru šíření trhliny vzdálených od počátku zdroje x^* . Vzdálenosti bodů 1 a 2 od startovní polohy čela trhliny v čase $t = 0$ označme r_1 a r_2 :

$$r_{12} = x^* \mp \xi. \quad (95)$$

Časovou funkci pro bod 1 a 2 můžeme tedy přepsat takto

$$\Omega(\vec{x}, t) = W \int_0^L \dot{g}\left(t - \frac{\xi}{v} - \frac{r_{12}}{\alpha}\right) d\xi = W \int_0^L \dot{g}(t - \tau(\xi)) d\xi. \quad (96)$$

Označme

$$\tau(\xi) = \frac{\xi}{v} + \frac{r_{12}}{\alpha} = \frac{\xi}{v} + \frac{x^* \mp \xi}{\alpha} = \xi\left(\frac{1}{v} \mp \frac{1}{\alpha}\right) + \frac{x^*}{\alpha}. \quad (97)$$

Vypočtěme inverzní funkci k $\tau(\xi)$, čili $\xi(\tau)$

$$\xi = \frac{\tau - \frac{x^*}{\alpha}}{\frac{1}{v} \mp \frac{1}{\alpha}} \quad d\xi = \frac{d\tau}{\left(\frac{1}{v} \mp \frac{1}{\alpha}\right)} \quad (98)$$

Meze $\xi = 0$ a $\xi = L$ funkce $\tau(\xi)$ přejdou na meze funkce $\xi(\tau)$:

$$\tau_A = \frac{x^*}{\alpha} \quad \tau_B = \frac{x^*}{\alpha} + L\left(\frac{1}{v} \mp \frac{1}{\alpha}\right) \quad (99)$$

Tedy

$$\Omega = \int_{\tau_A}^{\tau_B} \dot{g}(t - \tau) \frac{W}{\left(\frac{1}{v} \mp \frac{1}{\alpha}\right)} d\tau. \quad (100)$$

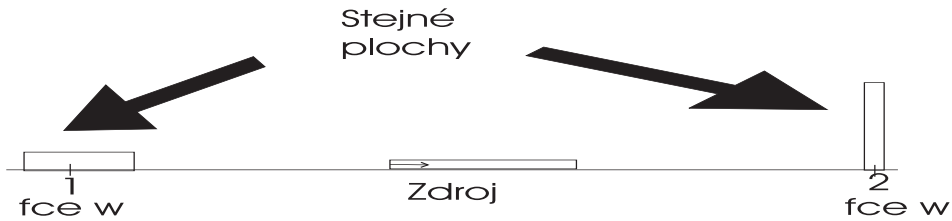
Tento vztah lze přepsat ve tvaru konvoluce

$$\Omega = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{g}(t - \tau) \cdot w(\tau) d\tau = \dot{g}(t) * w(t). \quad (101)$$

Rozšíření mezi jsme provedli pomocí obdélníkové funkce $w(\tau)$ nenulové na intervalu (τ_A, τ_B) . Délka obdélníku $\tau_B - \tau_A$ je $L\left(\frac{1}{v} \mp \frac{1}{\alpha}\right)$, jeho šířka je $\frac{W}{\left(\frac{1}{v} \mp \frac{1}{\alpha}\right)}$. Plocha je tedy stále stejná.

(V obrázku jsme označili $(\dots) = (\frac{1}{v} \mp \frac{1}{\alpha})$)

Ve směru šíření je funkce w vysoká a úzká, zatímco proti směru šíření je nízká a široká. Plocha je tedy stále stejná. Tento jev se nazývá směrovost zdroje, nebo direktiva, je podobný Dopplerovu jevu.



Diskutujme předchozí výraz

$$\Omega = \dot{g}(t) * w(t). \quad (102)$$

Zvolíme-li speciálně $g(t) = \Delta u(t)$ jako rampu, je \dot{g} obdélníková funkce, vyjadřující průběh rychlosti skluzu v daném místě na zlomu. Jeho dobu trvání označujeme T_n (náběhový čas). Lze psát

$$\Omega = \dot{g} * w = g * \dot{w}, \quad (103)$$

přičemž derivaci obdélníku $w(t)$ jsme dostali $\dot{w}(t)$ tvořenou dvěma opačně orientovanými delta funkcemi. Konvolujeme tedy rampu o náběhovém čase T a výšce Δu s dvěma opačně orientovanými delta funkcemi o velikosti $\frac{W}{(\frac{1}{v} \mp \frac{1}{\alpha})}$.

Výsledná časová funkce má tvar lichoběžníku se spodní stranou $T_n + (\tau_B - \tau_A)$, horní stranou $\tau_B - \tau_A - T_n$ a s výškou $\frac{W\Delta u}{(\frac{1}{v} \mp \frac{1}{\alpha})}$. Plocha lichoběžníku pak vychází (nezávisle na poloze pozorovatele)

$$S = LW\Delta u = \frac{M_0}{\mu}, \quad (104)$$

kde M_0 je skalární seismický moment.

Nevýhody: 1D model zdroje, konstantní rychlost šíření trhliny a konstantní skluz představují silná zjednodušení.

Výhody: jednoduchost, dává správný (v datech pozorovaný) spektrální spád f^{-2} .

Poznámky k časové funkci

Časová funkce pro P vlny je

$$\Omega^P = \int_{\Sigma} \Delta \dot{u}(\xi, t - \frac{r}{\alpha}) d\Sigma = \Delta \dot{u} * w, \quad (105)$$

kde funkce w je obdélníková funkce o době trvání $L(\frac{1}{v} \mp \frac{1}{\alpha})$. Pro S vlny platí obdobný vztah, jen funkce w má šířku $L(\frac{1}{v} \mp \frac{1}{\beta})$. Pokud bychom neuvažovali směrovost, dostali bychom pro P i S vlny stejnou dobu trvání $\frac{L}{v} \sim \frac{1}{f_c}$ a tedy i stejnou rohovou frekvenci f_c . Obecně však pro P a S vlny musíme uvažovat různé rohové frekvence

$$\frac{1}{f_c^P} \sim L(\frac{1}{v} \mp \frac{1}{\alpha}) \frac{1}{f_c^S} \sim L(\frac{1}{v} \mp \frac{1}{\beta}). \quad (106)$$

Konstanty úměrnosti představují určitý problém, proto je zde nevypisujeme. Diskutujeme vliv směrovosti v bodech 1 a 2 ve směru a proti směru šíření trhliny. Uvažujme např. rychlost šíření trhliny $v = 0.9\beta$ a $\alpha = \sqrt{3}\beta$. Pro P vlny:

$$\frac{\frac{1}{v} + \frac{1}{\alpha}}{\frac{1}{v} - \frac{1}{\alpha}} = \frac{1 + \frac{v}{\alpha}}{1 - \frac{v}{\alpha}} = \frac{1.5}{0.5} = 3. \quad (107)$$

Pro S vlny

$$\frac{\frac{1}{v} + \frac{1}{\beta}}{\frac{1}{v} - \frac{1}{\beta}} = \frac{1 + \frac{v}{\beta}}{1 - \frac{v}{\beta}} = \frac{1.9}{0.1} = 19. \quad (108)$$

Pro S vlny dostáváme mnohem větší směrovost než pro P vlny. (Jde však o jednoduchý teoretický model, skutečná směrovost je menší.)

Ve výjimečném případě rychlosti trhliny $v > \beta$, které říkáme nadzvuková rychlost (angl. supershear) je situace ještě zajímavější. Označme levou stranu zdroje o délce L jako a a pravou stranu b . Trhlina se šíří zleva doprava. Pozorovatel v bodě 2 (proti směru šíření trhliny) pozoruje signály z bodů a a b jako 2 delta funkce. Druhá, odpovídající bodu b , je zpožděna vůči první o

$$P = P_1 + P_2 = \frac{L}{v} + \frac{L}{\beta}, \quad (109)$$

kde P_1 je posun daný šířením trhliny a P_2 je posun daný šířením S vlny. V bodě 1 (ve směru šíření trhliny) dostáváme zpoždění signálu z bodu b oproti signálu z bodu a

$$P = P_1 + P_2 = \frac{L}{v} - \frac{L}{\beta}. \quad (110)$$

Při rychlosti trhliny $v > \beta$ je $P < 0$, přijde tedy do bodu 1 dřív signál z bodu b , i když trhlina byla dříve v bodě a než v bodě b později než v bodě a . Pro $v > \beta$ také podle výše uvedených vzorců dále roste směrovost, spec. pro $v = \beta$ je

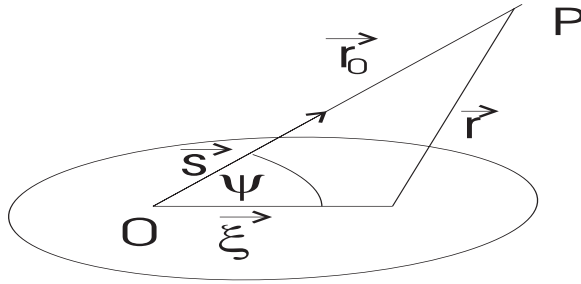
$$\frac{1 + \frac{v}{\beta}}{1 - \frac{v}{\beta}} = \infty. \quad (111)$$

13 Lineární zdroj a obecná poloha pozorovatele, spec. $r_0 \gg L$

Uvažujme časovou funkci P vln

$$\Omega = W \int_{\Sigma} \Delta \dot{u}(\vec{\xi}, t - \frac{r}{\alpha}) d\Sigma. \quad (112)$$

Vektor ve směru šíření trhliny označme $\vec{\xi}$, vektor spojující počátek a pozorovatele \vec{r}_0 .



Polohu pozorovatele r vůči obecnému elementu zlomu můžeme vyjádřit pomocí kosínové věty:

$$r = \sqrt{r_0^2 + \xi^2 - 2r_0\xi\cos\psi} = r_0 \left(1 + \frac{\xi^2 - 2r_0\xi\cos\psi}{r_0^2} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (113)$$

Jednotkový vektor ve směru vektoru \vec{r}_0 označíme \vec{s} .

$$\vec{s} \cdot \vec{\xi} = \xi\cos\psi \quad (114)$$

Označme

$$a = \frac{\xi^2 - 2r_0\vec{s} \cdot \vec{\xi}}{r_0^2}. \quad (115)$$

Majorizujme nyní a pro $r_0 \gg L$

$$\frac{\xi^2 - 2r_0\vec{s} \cdot \vec{\xi}}{r_0^2} < \frac{L^2 + 2r_0L}{r_0^2} \ll \frac{r_0^2 + 2r_0^2}{r_0^2} = 3. \quad (116)$$

Dostáváme $a \ll 1$ a pro polohu pozorovatele můžeme psát rozvoj

$$r = r_0 \left(1 + \frac{1}{2}a - \frac{1}{8}a^2 + \dots \right). \quad (117)$$

Z tohoto výrazu budeme uvažovat jen členy do řádu a^1 , což odpovídá $\lambda \gg L$.

$$r = r_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\xi^2}{r_0^2} - \frac{r_0}{r_0^2} \vec{s} \cdot \vec{\xi} + \dots \right) \quad (118)$$

Ponecháme-li jen členy vyššího řádu, zbude

$$r \doteq r_0 - \vec{s} \cdot \vec{\xi}. \quad (119)$$

Dosazením do časové funkce zdroje dostaneme aproximaci

$$\Omega = W \int_{\Sigma} \Delta \dot{u} \left(\vec{\xi}, t - \frac{r_0 - \vec{s} \cdot \vec{\xi}}{\alpha} \right). \quad (120)$$

Z minulé kapitoly víme, že pro směrovost má velký význam časový posun $\tau = \xi \left(\frac{1}{v} + \frac{r}{\xi \alpha} \right)$, čili

$$\tau = \xi \left(\frac{1}{v} + \frac{r_0 - \vec{s} \cdot \vec{\xi}}{\xi \alpha} \right) = \xi \left(\frac{1}{v} - \frac{\cos \psi}{\alpha} \right) + \frac{r_0}{\alpha}. \quad (121)$$

Výraz $\frac{\cos \psi}{\alpha}$ je zobecněním výrazů $\pm \frac{1}{\alpha}$, s nimiž jsme pracovali výše při úvahách o speciálních bodech pozorování 1 a 2.

13.1 Silné pohyby půdy a směrovost

Silné pohyby půdy jsou spojeny s vysokými frekvencemi (rychlost a zrychlení). Jestliže posunutí v Haskellově modelu popisuje lichoběžník, rychlost jsou pak dvě obdélníkové funkce opačně orientované. Výška těchto obdélníků je

$$V = \frac{W \Delta u}{T_n \left(\frac{1}{v} - \frac{\cos \psi}{\alpha} \right)}. \quad (122)$$

Zrychlení jsou čtyři delta funkce s amplitudou V . Odsud je zřejmé, že rychlost i zrychlení jsou závislé na poměru $\frac{\Delta u}{T_n}$, což je řádový odhad rychlosti skluzu. Vzorec též ukazuje směrovost (člen $\cos \psi$). Při silných vysokofrekvenčních pohybech je ale vše mnohem složitější. Směrovost je nižší než dává tento model a realistické modely se navíc neobejdou bez uvážení útlumu.

14 Energie

Definujme energii seismických vln E v testovacím objemu V ohraničeném plochou S jako

$$E = - \int_S \int_0^1 T_i \dot{u}_i dt dS = - \int_S \int_0^1 \tau_{ij} \dot{u}_i \nu_j dt dS. \quad (123)$$

Výraz pod integrálem vyjadřuje plošnou hustotu výkonu. Veličina E je tedy definovaná jako tok energie. Pokud se energie vteklá rovná energii vyteklé, je $E = 0$.

14.1 Bez předpětí, bez zlomu

Uvažujme objem V uvnitř Země, jehož povrch S tedy není volný. Stav před zemětřesením označujeme indexem 0, po zemětřesení indexem 1. Uvažujeme následující podmínky pro napětí τ , deformaci ε a posunutí u .

$$\tau^0 = \varepsilon^0 = u^0 = 0, \quad (124)$$

$$\tau^1 \neq 0, \varepsilon^1 \neq 0, u^1 \neq 0. \quad (125)$$

Dále předpokládáme, že stavy 0 a 1 jsou rovnovážné:

$$\tau_{ij,j}^0 = 0, \quad \tau_{ij,j}^1 = 0, \quad (126)$$

kdežto v průběhu zemětřesení platí pohybová rovnice

$$\tau_{ij,j} = \rho \ddot{u}_i. \quad (127)$$

Objemová hustota mechanické energie w je součtem potenciální a kinetické energie

$$w = \frac{1}{2} \tau_{ij} \varepsilon_{ij} + \frac{1}{2} \rho \dot{u}_i \dot{u}_i. \quad (128)$$

Celková změna energie během zemětřesení je

$$W = \int_V (w^1 - w^0) dV = \int_V w^1 dV, \quad (129)$$

kde jsme využili nulové podmínky ve stavu "0".

Po úpravách postupně dostáváme

$$W = \frac{1}{2} \int_V \tau_{ij}^1 \varepsilon_{ij}^1 dV = \frac{1}{2} \int_V \tau_{ij}^1 u_{i,j}^1 dV = \frac{1}{2} \int_V (\tau_{ij}^1 u_i^1)_{,j} dV - \frac{1}{2} \int_V \tau_{ij,j}^1 u_i^1 dV. \quad (130)$$

Druhý integrál je automaticky nulový protože platí $\tau_{ij,j}^1 = 0$. Na první integrál aplikujeme Gaussovu větu a dostáváme konečný výraz

$$W = \frac{1}{2} \int_S \tau_{ij}^1 u_i^1 \nu_j dS = \frac{1}{2} \int_S T_i^1 u_i^1 dS. \quad (131)$$

Výraz pro změnu energie můžeme formálně přepsat pomocí počáteční a konečné práce napěťových sil.

$$W = \frac{1}{2} \int_S (T_i^0 + T_i^1) u_i^1 dS \quad (132)$$

Formálně můžeme vztah přepsat také pomocí časové změny hustoty energie \dot{w} .

$$W = \int_V w(\vec{x}, t_1) dV = \int_V \int_0^1 \dot{w}(\vec{x}, t) dt dV \quad (133)$$

Časovou derivaci vyjádříme následovně

$$\dot{w} = \frac{1}{2}\dot{\tau}_{ij}\varepsilon_{ij} + \frac{1}{2}\tau_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij} + \rho\ddot{u}_i\dot{u}_i = \frac{1}{2}\dot{\tau}_{ij}u_{i,j} + \frac{1}{2}\tau_{ij}\dot{u}_{i,j} + \rho\ddot{u}_i\dot{u}_i. \quad (134)$$

Nyní dokážeme, že první a druhý člen v posledním výrazu jsou stejné (na základě symetrie C_{ijkl})

$$\dot{\tau}_{ij}u_{i,j} = c_{ijkl}\dot{u}_{k,l}u_{i,j} = c_{kl ij}\dot{u}_{i,j}u_{k,l} = c_{ijkl}\dot{u}_{i,j}u_{k,l} = c_{ijkl}u_{k,l}\dot{u}_{i,j} = \tau_{ij}\dot{u}_{i,j}. \quad (135)$$

Pro derivaci \dot{w} tedy dostáváme

$$\dot{w} = \frac{1}{2}\tau_{ij}\dot{u}_{i,j} + \frac{1}{2}\tau_{ij}\dot{u}_{i,j} + \tau_{ij,j}\dot{u}_i = (\tau_{ij}\dot{u}_i)_{,j}. \quad (136)$$

Z předchozích vztahů a s použitím Gaussovy věty dostáváme výsledný vztah pro změnu energie

$$W = \int_V \int_0^1 (\tau_{ij}\dot{u}_i)_{,j} dt dV = \int_S \int_0^1 \tau_{ij}\dot{u}_i \nu_j dt dS = \int_S \int_0^1 T_i \dot{u}_i dt dS. \quad (137)$$

Tak jsme dokázali, že za uvedených předpokladů je $W = -E$, čili celková změna energie v objemu V je rovna (až na znaménko) energii seismických vln v tomto objemu. Dojde-li např. k tomu, že energie vyteklá z V je menší než vteklá (díky útlumu), t.j. $E < 0$, zvýšila se vnitřní energie W objemu V , $W > 0$. Pokud útlum neuvažujeme je $E = W = 0$, protože v objemu ani na jeho hranici žádná energie nevzniká ani nezaniká. Níže probereme obecnější případ, kdy zlom bude zdrojem energie $E > 0$, ale v tom případě bude již vztah mezi E a W složitější.

14.2 S předpětím, bez zlomu

V této části musíme již pracovat s aproximacemi.

Pro celkové napětí σ_{ij} platí

$$\sigma_{ij}(\vec{x}, t) = \sigma_{ij}^0(\vec{x}) + \tau_{ij}(\vec{x}, t), \quad (138)$$

kde σ_{ij}^0 je předpětí a τ_{ij} je přírůstkové napětí, s nímž jsme pracovali doposud

Tato rovnice pro celkové napětí vyplývá ze vztahu pro hustotu energie

$$w = w^0 + \sigma_{ij}^0\varepsilon_{ij} + \frac{1}{2}c_{ijkl}\varepsilon_{kl}\varepsilon_{ij} + \frac{1}{2}\rho\dot{u}_i\dot{u}_i \quad (139)$$

a z faktu, že napětí je derivací hustoty energie podle deformace

$$\frac{\partial(w^0 + \sigma_{ij}^0\varepsilon_{ij} + \frac{1}{2}\tau_{ij}\varepsilon_{ij})}{\partial\varepsilon_{ij}} = \sigma_{ij}^0 + \frac{1}{2}2c_{ijkl}\varepsilon_{kl} = \sigma_{ij}^0 + \tau_{ij} = \sigma_{ij}. \quad (140)$$

Pro změnu energie pak platí výraz plně analogický těm, které jsme uvedli výše:

$$W = \frac{1}{2} \int_S (\sigma_{ij}^0 + \sigma_{ij}^1) u_i^1 \nu_j dS. \quad (141)$$

14.3 S předpětím, se zlomem

Zavedeme-li zlom standardním způsobem jako plochu omezující objem V zevnitř je výraz pro W nutno zobecnit:

$$W = \frac{1}{2} \int_S (\sigma_{ij}^0 + \sigma_{ij}^1) u_i^1 \nu_j dS - \frac{1}{2} \int_{\Sigma} (\sigma_{ij}^0 + \sigma_{ij}^1) [u_i^1] \nu_j d\Sigma. \quad (142)$$

Přepíšeme-li W pomocí časové derivace, dostaneme

$$W = \int_S \int_0^1 \sigma_{ij} \dot{u}_i \nu_j dt dS - \int_{\Sigma} \int_0^1 \sigma_{ij} [\dot{u}_i] \nu_j dt d\Sigma. \quad (143)$$

Po úpravách vyjádříme změnu energie pomocí seismické energie E v objemu V jako

$$W = -E + \int_S \sigma_{ij}^0 u_i^1 \nu_j dS - \int_{\Sigma} \sigma_{ij}^1 [u_i^1] \nu_j d\Sigma + \int_{\Sigma} \int_0^1 \dot{\sigma}_{ij} [u_i] \nu_j dt d\Sigma. \quad (144)$$

Celková změna energie je daná rozdílem mezi energií seismických vln a prací vykonanou na dvou omezujících plochách S a Σ .

Předpokládáme-li nyní ještě navíc, že plocha S je volná (povrch Země) a odečteme vztahy (142) a (144) dostaneme energii seismických vln vyjádřenou čistě pomocí práce vykonané na zlomové ploše Σ . Zlom je zdrojem energie ($E > 0$) seismických vln uvnitř objemu V :

$$E = \frac{1}{2} \int_{\Sigma} (\sigma_{ij}^0 - \sigma_{ij}^1) [u_i^1] \nu_j d\Sigma + \int_{\Sigma} \int_0^1 \dot{\sigma}_{ij} [u_i] \nu_j dt d\Sigma. \quad (145)$$

Považujeme-li první člen za výrazně dominantní, můžeme energii seismických vln zapsat zjednodušeně ve tvaru

$$E = \frac{1}{2} \Delta\sigma \int_{\Sigma} [u_i^1] \nu_j d\Sigma = \frac{1}{2} \Delta\sigma \frac{M_0}{\mu}. \quad (146)$$

M_0 je skalární seismický moment a symbol $\Delta\sigma$ označuje pokles napětí (angl. stress drop). Píšeme ho jako skalár, čímž v souřadném systému spojeným se zlomem myslíme jedinou nenulovou složku $\Delta\sigma_{13}$, odpovídající tangenciálním silám. Pokles napětí $\Delta\sigma$ se zpravidla určuje na základě nějakých modelů seismického zdroje, které mají obvykle tvar

$$\Delta\sigma = \text{const.} \frac{M_0}{L^3}, \quad (147)$$

kde L je nějaký charakteristický lineární rozměr zdroje, např. délka zlomu. Určení L není triviální a díky třetí mocnině se nejistota L promítá do silné nejistoty $\Delta\sigma$.

14.4 Momentové magnitudo

Pokles napětí sice není celosvětově univerzální konstanta, ale pro větší zemětřesení můžeme využít aproximaci

$$\Delta\sigma = (1 \div 10) \text{ MPa}. \quad (148)$$

Tedy

$$\log_{10} E = (-4 \div -5) + \log_{10} M_0 \doteq -4.5 + \log_{10} M_0. \quad (149)$$

Mezi magnitudem a energií seismických vln existuje přibližný vztah

$$\log_{10} E = 4.8 + 1.5M, \quad (150)$$

kde energie je v joulech.

Pro energii dostáváme odhad

$$E = (1 \div 10) 10^{-5} M_0. \quad (151)$$

Kombinací vztahů (149) a (150) dostaneme výraz spojující magnitudo a seismický moment

$$M = 0.67 \log_{10} M_0 - 6. \quad (152)$$

Takto zavedené magnitudo nazýváme momentové magnitudo M_w . Pro $M_w \lesssim 8.5$ platí $M_w = M_S$, kde M_S je magnitudo z povrchových vln. Na rozdíl od M_S netrpí M_w saturací a pro $M_w \gtrsim 8.5$ je extrapolací magnituda z povrchových vln.

14.5 Určení energie seismických vln ze seismogramu

Vyjdeme z definičního vztahu pro energii seismických vln

$$E = - \int_S \int_0^1 \tau_{ij} \dot{u}_i \nu_j dt dS. \quad (153)$$

a budeme uvažovat pouze P vlny. Použijeme souřadný systém spojený s P vlnou, ve kterém:

$$\text{osa } 3 \parallel \text{P vlna}, \quad \text{osy } 1, 2 \perp \text{osa } 3$$

$$\vec{u} = (0, 0, u)$$

Dále předpokládáme, že P vlna dopadá kolmo do všech bodů plochy S, t.j.:

$$\vec{\nu} = (0, 0, 1)$$

Pro energii P vln tedy platí

$$E^P = - \int_S \int_0^1 \tau_{33} \dot{u} dt dS, \quad (154)$$

kde

$$\tau_{33} = \lambda \varepsilon_{33} + 2\mu \varepsilon_{33} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u}{\partial x_3} \quad (155)$$

Dále platí

$$\frac{\partial u(t - \frac{x}{\alpha})}{\partial x_s} = \dot{u} \left(-\frac{1}{\alpha} \right) \quad (156)$$

čili

$$E^P = \int_S \int_0^1 \alpha \rho \dot{u}^2 dt dS. \quad (157)$$

Pro šikmý dopad vln na povrch S pod úhlem θ

$$E^P = \int_S \int_0^1 \alpha \rho (\dot{u})^2 \cos \theta dt dS. \quad (158)$$

Dosud jsme neřešili otázku volby testovací plochy S . Nyní ukážeme určování energie seismických vln pomocí "ohniskové koule". Uvažujme kouli S , obsahující homogenní prostředí. Koule je centrována v hypocentru a má poloměr $r = \varepsilon$. Do předchozího vzorce dosadíme posunutí P vln v přiblížení daleké zóny.

$$\dot{u}^P = \frac{\mu_0}{4\pi \rho_0 \alpha_0^3} \frac{\mathcal{F}^P}{r} \dot{\Omega}^P, \quad (159)$$

kde

$$\Omega^P = \int_{\Sigma} \Delta \dot{u} \left(\vec{\xi}; t - \frac{r(\vec{\xi})}{\alpha} \right) d\Sigma. \quad (160)$$

Ve sférických souřadnicích r, θ, ϕ je element plochy

$$dS = r^2 \sin \Theta d\Theta d\Phi dr. \quad (161)$$

Celkově tedy pro energii P vln platí

$$E^P = \int_S \int_0^1 \alpha \rho \left(\frac{\mu}{4\pi \rho \alpha^3} \right)^2 \frac{(\mathcal{F}^P)^2}{r^2} (\dot{\Omega}^P)^2 r^2 \sin \Theta dt d\Theta d\Phi dr. \quad (162)$$

Závislost na r úplně vypadne, neintegrujeme tedy vlastně přes kouli ale přes dva prostorové úhly.

Pro celkovou energii P a S vln platí vztah

$$E = \frac{\mu_0^2}{(4\pi)^2 \rho_0 r_0^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left(\frac{(\mathcal{F}^P)^2}{\alpha_0^5} \int_0^1 (\dot{\Omega}^P)^2 dt + \frac{(\mathcal{F}^S)^2}{\beta_0^5} \int_0^1 (\dot{\Omega}^S)^2 dt \right) r_0^2 \sin \Theta d\Theta d\Phi, \quad (163)$$

ve kterém zavedeme označení

$$\psi^P = \int_0^1 (\dot{\Omega}^P)^2 dt, \quad \psi^S = \int_0^1 (\dot{\Omega}^S)^2 dt, \quad (164)$$

Vidíme, že (podobně jako při určení M_0) klíčovou úlohu v určení energie hraje znalost časové funkce zdroje $\Omega^P(t)$, resp. $\Omega^S(t)$. S tímto označením můžeme energii přepsat do tvaru

$$E = \frac{\mu_0^2}{(4\pi)^2 \rho_0} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left(\frac{(\mathcal{F}^P)^2}{\alpha_0^5} \psi^P + \frac{(\mathcal{F}^S)^2}{\beta_0^5} \psi^S \right) \sin\Theta d\Theta d\Phi. \quad (165)$$

Obecně jsou časové funkce pro P a S vlny různé $\Omega^P(t) \neq \Omega^S(t)$ a závisejí na úhlech θ, φ . Pokud ovšem zanedbáme směrnost zdroje platí (nezávisle na θ, φ)

$$\psi^P = \psi^S = \psi$$

$$E = \frac{\mu_0^2}{4\pi\rho_0} \psi \left\{ \frac{\langle (\mathcal{F}^P)^2 \rangle}{\alpha_0^5} + \frac{\langle (\mathcal{F}^S)^2 \rangle}{\beta_0^5} \right\}, \quad (166)$$

kde $\langle (\mathcal{F}^S)^2 \rangle$ je střední hodnota vyzařovací charakteristiky přes úhly θ, φ . V principu tedy k určení energie stačí jediná stanice, pomocí níž stanovíme věrohodné ψ . Pro poměr energií z S a P vln dostáváme

$$\frac{E^S}{E^P} = \frac{\langle (\mathcal{F}^S)^2 \rangle \alpha_0^5}{\langle (\mathcal{F}^P)^2 \rangle \beta_0^5} \sim 20. \quad (167)$$

Vidíme, že z energetického hlediska je vyzařování S vln silně dominantní nad vlnami P.

15 Předpověď pohybů půdy

Úloha zní: Pro zadané magnitudo M a vzdálenost R předpovědět silné pohyby půdy. Popíšeme možný postup při řešení této úlohy:

1. Ze znalosti M_w určíme seismický moment M_0 .
2. K odhadu délky zlomu použijeme

$$L = \left(\frac{M_0}{\Delta\sigma} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (168)$$

kde, jak je vidět, potřebujeme ale také nějaký odhad poklesu napětí $\Delta\sigma$.

3. Pokud budeme předpokládat nějakou rychlost trhliny v můžeme odhadnout dobu trvání zlomového procesu $T \sim \frac{L}{v} = \frac{1}{f_c}$
4. Dále použijeme empirický vztah, že spektrální spád posunutí je f^{-2} . Tomu odpovídá např. Brunův puls, jehož amplitudové spektrum

$$|U(f)| \sim \frac{M_0}{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2} \frac{1}{R}. \quad (169)$$

5. Generujeme syntetické seismogramy splňující vlastnosti 1-4. K tomu účelu lze použít buď bodový nebo konečný model zdroje.

Pro konečný model zdroje je vztah pro rohovou frekvenci ve tvaru $f_c = \frac{v}{L}$ jen nejhrubší aproximace. S uvážením direktivity např. pro S vlny platí

$$f_c^S = \frac{v}{L} \frac{1}{1 - \frac{v \cos \theta}{\beta}} \quad (170)$$

Úlohu musíme proto rozdělit na tzv. "scénáře", protože předem nevíme v jakém směru se bude při očekávaném zemětřesení trhlina šířit.

6. Vzhledem k tomu, že rozhodující roli v odhadu f_c hraje $\Delta\sigma$, musíme mu věnovat velkou pozornost. Ukážeme, že zrychlení je určeno tzv. asperitami, takže se při modelování jejich pohybů soustředíme právě na ně. Skutečný zlom vykazuje nehomogenní skluz s asperitami.

Asperita je místo na zlomu, kde je skluz výrazně vyšší než v okolí.

Za asperitu obvykle považujeme místo kde je skluz 2 krát větší než průměrný.

$$\Delta u_a = 2\overline{\Delta u} \quad (171)$$

Spektrum zrychlení je

$$|A(f)| \sim \frac{M_0 f^2}{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2} \frac{1}{R}, \quad (172)$$

$$|A(f \rightarrow \infty)| = \frac{M_0 f_c^2}{R}. \quad (173)$$

S použitím vztahu pro seismický moment

$$M_0 \sim \Delta\sigma L^3 \sim \Delta\sigma T^3 \sim \frac{\Delta\sigma}{f_c^3}. \quad (174)$$

Tedy

$$|A(f \rightarrow \infty)| \sim \frac{\Delta\sigma}{R f_c} \sim \frac{\Delta\sigma L}{R}. \quad (175)$$

Z pozorování víme, že plocha asperit je přibližně $\frac{1}{4}$ celého zlomu, čili charakteristická délka je $\frac{L}{2}$. Pro odhad seismického momentu na asperitě použijeme vztah tedy dostáváme

$$(M_0)_{asp} = \mu 2\overline{\Delta u} \frac{L^2}{4} = \frac{M_0}{2} \quad (176)$$

Odsud plyne, že zrychlení způsobené asperitou je

$$|A_{asp}(f \rightarrow \infty)| = \Delta\sigma_{asp} \frac{L}{2} = \frac{M_0 \cdot 8L}{2L^3} \frac{L}{2} = 2 \frac{M_0}{L^2} = 2|A(f \rightarrow \infty)|, \quad (177)$$

přičemž

$$(\Delta\sigma)_{asp} = 4\Delta\sigma. \quad (178)$$

7. Konečný zlom, na němž předpokládáme jednu nebo několik málo (max. 2-3) asperit použijeme k výpočtu silných pohybů. Protože předem neznáme polohu asperit, počítáme opět různé scénáře. Při výpočtu zrychlení postupujeme podle teorie popsané v předchozích kapitolách, založené na integrálním vztahu mezi skluzem na zlomu a vyvolaným vlnovým polem. Konkrétní metody se liší např. způsobem výpočtu Greenových funkcí, hustotou diskretizace zlomové plochy, atd. Velmi atraktivní je metoda tzv. empirických Greenových funkcí, viz níže.

16 Modelování zemětřesení skládáním slabých jevů

V celém dalším výkladu budeme používat Brunův puls. Jeho amplitudové spektrum posunutí vypadá takto

$$|U(f)| \sim \frac{M_0}{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}. \quad (179)$$

Za slabá zemětřesení se často používají dotřesy. Slabý jev budeme proto označovat indexem a (aftershock) a silný jev indexem m (mainshock). Nejprve vyšetřujeme sčítání nízkých frekvencí, tedy $f \rightarrow 0$. S použitím vztahu pro seismický moment

$$M_0^m = \Delta\sigma^m L_m^3 \quad (180)$$

dostaneme na nízkých frekvencích

$$|U^m(f \rightarrow 0)| = M_0^m \quad (181)$$

$$\lim_{f \rightarrow 0} \frac{|U(f)|^m}{|U(f)|^a} = \frac{M_0^m}{M_0^a} = \frac{\Delta\sigma^m}{\Delta\sigma^a} \left(\frac{L_m}{L_a}\right)^3 = CN^3, \quad (182)$$

kde jsme zavedli označení

$$\frac{\Delta\sigma^m}{\Delta\sigma^a} = C \quad (183)$$

a

$$\frac{L_m}{L_a} = N. \quad (184)$$

Uvažujme zdroj rozdělený na 4 "subzdroje" (slabé jevy), tedy $N = 2$. Pro jednoduchost předpokládejme spec. $C = 1$. Na nízkých frekvencích se jevy sčítají koherentně, tzn. že součtem 4 slabých jevů dostaneme

$$U^m = 4U^a, \quad (185)$$

ale měli bychom dostat (viz (10)) $\frac{U^m}{U^a} = N^3 = 8$ Nízké frekvence proto musíme N krát uměle posilovat. Zpravidla to děláme pomocí nějakého filtru, tzv. Frankelova filtru, jehož amplitudová charakteristika je N pro $f \rightarrow 0$ a 1 pro $f \rightarrow \infty$

Na vysokých frekvencích $f \rightarrow \infty$ obvykle vyšetřujeme spektrum zrychlení.

$$|A(f)| = \frac{M_0 f^2}{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2} \quad (186)$$

pro něž dostaneme

$$A^m(f \rightarrow \infty) = M_0^m (f_c^m)^2 = \Delta\sigma^m L_m^3 \frac{1}{L_m^2} = \Delta\sigma^m L_m \quad (187)$$

$$\lim_{f \rightarrow 0} \frac{|A(f)|^m}{|A(f)|^a} = \frac{\Delta\sigma^m L_m}{\Delta\sigma^a L_a} = CN \quad (188)$$

Pro $C = 1$ jsme dostali $\frac{A^m}{A^a} = N = 2$. Na těchto frekvencích se jevy (automaticky) sčítají nekoherentně, součet M jevů dá zesílení \sqrt{M} -krát. Jinými slovy, součet není pro $f \rightarrow \infty$ třeba uměle posilovat ani oslabovat.

Tím jsme vysvětlili, jak sčítání záznamů slabých jevů souvisí se silným jevem. Zbývá ještě vysvětlit techniku rozdělení předpokládané zlomové plochy na "subzdroje" a techniku toho jak docílit, abychom mohli modelovat příspěvky všech subzdrojů, třebaže pozorovaný slabý jev odpovídá třeba jen jednomu z nich. Zhruba lze říci, že existující záznam slabého jevu se pouze časově posune tak, aby respektoval různou polohu subzdroje a různou dobu jeho "spuštění", odpovídající předpokládanému šíření trhliny. Chceme-li se vyhnout umělým (nepřesným) posunům, můžeme celý postup použít na syntetické záznamy slabých jevů, které si umístíme všude tam, kde je na zlomové ploše potřebujeme. K tomu ovšem potřebujeme nějaký model kůry a metodu výpočtu Greenových funkcí. V tom je nevýhoda oproti výše zmíněným "empirickým" Greenovým funkcím, které automaticky a v celém spektrálním oboru nesou věrnou informaci o přenosových vlastnostech prostředí.

17 Praxe

Pro hlubší pochopení lze použít dva autorovy programové soubory, ISOLA a PEXT. ISOLA řeší obrácenou úlohu regionálních seismogramů a určuje vícebodovou apro-

ximaci zdroje (momentové tenzory). PEXT slouží k modelování silných pohybů buzených konečným zdrojem.