

Úkol č. 4 - termín odevzdání 21.4.

1. Najděte pro následující standardní hyperelastické materiály zadané pomocí jejich volné energie odpovídající reprezentaci Cauchyho tenzoru napětí.

- (a) Mooney Rivlin (stlačitelný)

$$W = c(J - 1)^2 - 2(c_1 + c_2) \ln J + c_1(I_{\mathbf{B}} - 3) + c_2(II_{\mathbf{B}} - 3),$$

kde $J = \sqrt{III_{\mathbf{B}}}$ a c, c_1, c_2 jsou konstanty.

- (b) Neo-Hook (stlačitelný)

$$W = \frac{\lambda}{2}(\ln J)^2 - \mu \ln J + \frac{1}{2}\mu(I_{\mathbf{B}} - 3)$$

kde $J = \sqrt{III_{\mathbf{B}}}$ a λ, μ jsou Lamého parametry.

2. Uvažujte obecný izotropní (stlačitelný) hyperelastický materiál.

- (a) Ověřte, že Cauchyho tenzor napětí \mathbf{T}^C a levý Cauchy-Greenův tenzor \mathbb{B} jsou koaxiální, tedy mají stejné vlastní vektory (hlavní směry), a tedy mimo jiné komutují:

$$\mathbf{T}^C \mathbb{B} = \mathbb{B} \mathbf{T}^C.$$

- (b) Uvažujte nyní deformaci, při níž $\mathbb{B}_{13} = \mathbb{B}_{23} = 0$. Ověřte, že potom platí univerzálně (nezávisle na konkrétním hyperelastickém materiálu) následující zajímavý vztah pro rozdíl normálových napětí:

$$\frac{\mathbf{T}_{11}^C - \mathbf{T}_{22}^C}{\mathbf{T}_{12}^C} = \frac{\mathbb{B}_{11} - \mathbb{B}_{22}}{\mathbb{B}_{12}}.$$