Úkol č. 5 - termín odevzdání 12.5.

1. Ukázali jsme si, že koncept hyperelastického materiálu se dá pomocí termodynamiky rozšířit snadno i na případ s omezeními - vazbami. Pro případ skalární vazby ve tvaru $\phi(\mathbb{C}) = 0$ jsme si (téměř) odvodili odezvu takového materiálu pro druhý Piola-Kirchhoffův napěťový tenzor ve tvaru

$$\mathbf{T}^{(2)} = 2\frac{\partial \tilde{W}(\mathbb{C})}{\partial \mathbb{C}} + \gamma \frac{\partial \phi}{\partial \mathbb{C}} \ ,$$

kde γ je skalární multiplikátor (vynucující vazbu).

   (a) Dopočtěte si odezvu pro Cauchyho tenzor napětí s uvážením podmínky nestlačitelnosti ve tvaru

$$\phi(\mathbb{C}) = \det\mathbb{C} - 1 = 0 \ .$$

   (b) Připomeňte si z předminule definici hyperelastického transverzálně izotropního materiálu s volnou energií $W = \tilde{W}(I_{\mathbb{C}}, II_{\mathbb{C}}, III_{\mathbb{C}}, IV_{\mathbb{C},\mathbf{a}}, V_{\mathbb{C},\mathbf{a}})$, kde $I_{\mathbb{C}}, II_{\mathbb{C}}, III_{\mathbb{C}}$ jsou hlavní invarianty $\mathbb{C}$ a $IV_{\mathbb{C},\mathbf{a}} := \mathbf{a} \cdot \mathbb{C}\mathbf{a}$, $V_{\mathbb{C},\mathbf{a}} := \mathbf{a} \cdot \mathbb{C}^2\mathbf{a}$ a najděte odezvu takového materiálu pro Cauchyho tenzor napětí s uvážením tzv. podmínky inextenzibility ve směru $\mathbf{a}$ zadané vazbou

$$\phi(\mathbb{C}, \mathbf{a}) = \mathbf{a} \cdot \mathbb{C}\mathbf{a} - 1 = 0.$$

   Je jasné, proč je právě toto podmínka inextenzibility ve směru vektoru $\mathbf{a}$?

2. Najděte pro následující **Ogdenův nestlačitelný** hyperelastický materiál zadaný pomocí volné energie (ve formulaci pomocí "principle stretches λ_i") odpovídající reprezentaci Cauchyho tenzoru napětí.

$$W = \sum_{i=1}^{N} \frac{2\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) \ ,$$

kde μ_i, α_i jsou konstanty a $\lambda_1^2, \lambda_2^2, \lambda_3^2$ jsou vlastní čísla $\mathbf{B}$.