

## Úkol č. 6 - termín odevzdání: do žádosti o zápočet

1. Ukažte, že je-li disipační pseudo-potenciál  $\mathcal{R}(\boldsymbol{\alpha}, \dot{\boldsymbol{\alpha}})$  pozitivně homogenní stupně  $n$  v termodynamických tocích  $\dot{\boldsymbol{\alpha}}$ , tedy platí-li  $\mathcal{R}(\boldsymbol{\alpha}, \lambda \dot{\boldsymbol{\alpha}}) = \lambda^n \mathcal{R}(\boldsymbol{\alpha}, \dot{\boldsymbol{\alpha}})$ ,  $\forall \lambda \geq 0$ , platí mezi produkcí entropie  $\xi$  a disipačním pseudo-potenciálem  $\mathcal{R}$  následující vztah

$$\xi = \langle \partial_{\dot{\boldsymbol{\alpha}}} \mathcal{R}(\boldsymbol{\alpha}, \dot{\boldsymbol{\alpha}}), \dot{\boldsymbol{\alpha}} \rangle = n \mathcal{R}(\boldsymbol{\alpha}, \dot{\boldsymbol{\alpha}}).$$

HINT: Jedná se v podstatě o Eulerův teorém pro homogenní funkce stupně  $n$ .

2. V přednášce jsme si odvodili, že pro perfektní (von-Misesovu) plasticitu dostaneme disipační pseudo-potenciál ve tvaru

$$\mathcal{R}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p) = \begin{cases} c_0 \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p\| & \text{tr} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p = 0 \\ +\infty & \text{jinak} \end{cases}$$

kde  $\boldsymbol{\varepsilon}_p$  je plastická deformace (plastic strain),  $\|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p\| = \sqrt{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p}$  a  $c_0$  je mez plasticity materiálu. Jedná se tedy o pozitivně homogenní funkci stupně 1 a tedy  $\mathcal{R}$  je přímo roven produkci entropie.

Zkuste si odvodit odezvu materiálu, jehož produkce entropie je tedy rovna  $\xi = c_0 \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p\|$  pomocí alternativního přístupu, který používáte v přednášce z newtonovských tekutin, tedy pomocí principu maximalizace produkce entropie (s uvážením příslušných vazeb  $\xi = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p$  a  $\text{tr} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p = 0$ ). Jak se chová Lagrangeův multiplikátor vynucující vazbu na bezstopost  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p$ ?

3. Analogicky si zkuste totéž pro viskózní regularizaci modelu s produkcí entropie danou

$$\xi = c_0 \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p\|^{1+\epsilon}$$

a vyšetřete (formálně) chování odvozené odezvy pro  $\epsilon \rightarrow 0+$ .