Cvičení 8: Konstitutivní vztahy

Příklad 1: Dokažte, že gradient objektivního skaláru je objektivní vektor.

Cvičení 8: Konstitutivní vztahy

Příklad 1: Dokažte, že gradient objektivního skaláru je objektivní vektor.

Objektivní skalár: $\phi^* = \phi$

Objektivní vektor: $\vec{a}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{a}$

Cvičení 8: Konstitutivní vztahy

Příklad 1: Dokažte, že gradient objektivního skaláru je objektivní vektor.

Objektivní skalár: $\phi^* = \phi$

Objektivní vektor: $\vec{a}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{a}$

Máme tedy dokázat, že $\operatorname{grad} \phi^* = \mathbf{O} \cdot \operatorname{grad} \phi\,.$

Cvičení 8: Konstitutivní vztahy

Příklad 1: Dokažte, že gradient objektivního skaláru je objektivní vektor.

Objektivní skalár: $\phi^* = \phi$

Objektivní vektor: $\vec{a}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{a}$

Máme tedy dokázat, že $\operatorname{grad} \phi^* = \mathbf{O} \cdot \operatorname{grad} \phi\,.$

Úmluva: Abychom rozlišili složky v původní a v rotované soustavě, budeme ty první značit latinskou abecedou a ty druhé řeckou abecedou.

Cvičení 8: Konstitutivní vztahy

Příklad 1: Dokažte, že gradient objektivního skaláru je objektivní vektor.

Objektivní skalár: $\phi^* = \phi$

Objektivní vektor: $\vec{a}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{a}$

Máme tedy dokázat, že $\operatorname{grad} \phi^* = \mathbf{O} \cdot \operatorname{grad} \phi \, .$

Úmluva: Abychom rozlišili složky v původní a v rotované soustavě, budeme ty první značit latinskou abecedou a ty druhé řeckou abecedou.

$$\operatorname{grad} \phi^* = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial \phi^*}{\partial x^*_\alpha}$$

Cvičení 8: Konstitutivní vztahy

Příklad 1: Dokažte, že gradient objektivního skaláru je objektivní vektor.

Objektivní skalár: $\phi^* = \phi$

Objektivní vektor: $\vec{a}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{a}$

Máme tedy dokázat, že $\operatorname{grad} \phi^* = \mathbf{O} \cdot \operatorname{grad} \phi \,.$

Úmluva: Abychom rozlišili složky v původní a v rotované soustavě, budeme ty první značit latinskou abecedou a ty druhé řeckou abecedou.

$$\operatorname{grad} \phi^* = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial \phi^*}{\partial x^*_\alpha} = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha}$$

Cvičení 8: Konstitutivní vztahy

Příklad 1: Dokažte, že gradient objektivního skaláru je objektivní vektor.

Objektivní skalár: $\phi^* = \phi$

Objektivní vektor: $\vec{a}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{a}$

Máme tedy dokázat, že $\operatorname{grad} \phi^* = \mathbf{O} \cdot \operatorname{grad} \phi\,.$

Úmluva: Abychom rozlišili složky v původní a v rotované soustavě, budeme ty první značit latinskou abecedou a ty druhé řeckou abecedou.

$$\operatorname{grad} \phi^* = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial \phi^*}{\partial x^*_\alpha} = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \boxed{\frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha}}$$

Cvičení 8: Konstitutivní vztahy

Příklad 1: Dokažte, že gradient objektivního skaláru je objektivní vektor.

Objektivní skalár: $\phi^* = \phi$

Objektivní vektor: $\vec{a}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{a}$

Máme tedy dokázat, že $\operatorname{grad} \phi^* = \mathbf{O} \cdot \operatorname{grad} \phi \,.$

Úmluva: Abychom rozlišili složky v původní a v rotované soustavě, budeme ty první značit latinskou abecedou a ty druhé řeckou abecedou.

$$\operatorname{grad} \phi^* = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial \phi^*}{\partial x^*_\alpha} = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \boxed{\frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha}}$$

$$\vec{x}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{x} + \vec{b}^*$$

Cvičení 8: Konstitutivní vztahy

Příklad 1: Dokažte, že gradient objektivního skaláru je objektivní vektor.

Objektivní skalár: $\phi^* = \phi$

Objektivní vektor: $\vec{a}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{a}$

Máme tedy dokázat, že $\operatorname{grad} \phi^* = \mathbf{O} \cdot \operatorname{grad} \phi\,.$

Úmluva: Abychom rozlišili složky v původní a v rotované soustavě, budeme ty první značit latinskou abecedou a ty druhé řeckou abecedou.

$$\operatorname{grad} \phi^* = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial \phi^*}{\partial x^*_\alpha} = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \boxed{\frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha}}$$

$$\vec{x}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{x} + \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad x^*_\alpha \vec{e}^{\,*}_\alpha = O_{\alpha i} (\vec{e}^{\,*}_\alpha \otimes \vec{e}_i) \cdot (x_j \vec{e}_j) + \vec{b}^*$$

Cvičení 8: Konstitutivní vztahy

Příklad 1: Dokažte, že gradient objektivního skaláru je objektivní vektor.

Objektivní skalár: $\phi^* = \phi$

Objektivní vektor: $\vec{a}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{a}$

Máme tedy dokázat, že $\operatorname{grad} \phi^* = \mathbf{O} \cdot \operatorname{grad} \phi\,.$

Úmluva: Abychom rozlišili složky v původní a v rotované soustavě, budeme ty první značit latinskou abecedou a ty druhé řeckou abecedou.

$$\operatorname{grad} \phi^* = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial \phi^*}{\partial x^*_\alpha} = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \boxed{\frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha}}$$

$$\vec{x}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{x} + \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad x^*_\alpha \vec{e}^{\,*}_\alpha = O_{\alpha i} (\vec{e}^{\,*}_\alpha \otimes \vec{e}_i) \cdot (x_j \vec{e}_j) + \vec{b}^* = \vec{e}^{\,*}_\alpha O_{\alpha i} x_i + \vec{b}^*$$

Cvičení 8: Konstitutivní vztahy

Příklad 1: Dokažte, že gradient objektivního skaláru je objektivní vektor.

Objektivní skalár: $\phi^* = \phi$

Objektivní vektor: $\vec{a}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{a}$

Máme tedy dokázat, že $\operatorname{grad} \phi^* = \mathbf{O} \cdot \operatorname{grad} \phi \, .$

Úmluva: Abychom rozlišili složky v původní a v rotované soustavě, budeme ty první značit latinskou abecedou a ty druhé řeckou abecedou.

$$\operatorname{grad} \phi^* = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial \phi^*}{\partial x^*_\alpha} = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \boxed{\frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha}}$$

$$\vec{x}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{x} + \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad x^*_\alpha \vec{e}^{\,*}_\alpha = O_{\alpha i} (\vec{e}^{\,*}_\alpha \otimes \vec{e}_i) \cdot (x_j \vec{e}_j) + \vec{b}^* = \vec{e}^{\,*}_\alpha O_{\alpha i} x_i + \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad \frac{\partial x^*_\alpha}{\partial x_i} = O_{\alpha i}$$

Cvičení 8: Konstitutivní vztahy

Příklad 1: Dokažte, že gradient objektivního skaláru je objektivní vektor.

Objektivní skalár: $\phi^* = \phi$

Objektivní vektor: $\vec{a}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{a}$

Máme tedy dokázat, že $\operatorname{grad} \phi^* = \mathbf{O} \cdot \operatorname{grad} \phi\,.$

Úmluva: Abychom rozlišili složky v původní a v rotované soustavě, budeme ty první značit latinskou abecedou a ty druhé řeckou abecedou.

$$\operatorname{grad} \phi^* = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial \phi^*}{\partial x^*_\alpha} = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \boxed{\frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha}}$$

$$\vec{x}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{x} + \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad x^*_\alpha \vec{e}^{\,*}_\alpha = O_{\alpha i} (\vec{e}^{\,*}_\alpha \otimes \vec{e}_i) \cdot (x_j \vec{e}_j) + \vec{b}^* = \vec{e}^{\,*}_\alpha O_{\alpha i} x_i + \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad \frac{\partial x^*_\alpha}{\partial x_i} = O_{\alpha i}$$

$$\vec{x} = \mathbf{O}^T \cdot \vec{x}^* - \mathbf{O}^T \cdot \vec{b}^*$$

Cvičení 8: Konstitutivní vztahy

Příklad 1: Dokažte, že gradient objektivního skaláru je objektivní vektor.

Objektivní skalár: $\phi^* = \phi$

Objektivní vektor: $\vec{a}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{a}$

Máme tedy dokázat, že $\operatorname{grad} \phi^* = \mathbf{O} \cdot \operatorname{grad} \phi \,.$

Úmluva: Abychom rozlišili složky v původní a v rotované soustavě, budeme ty první značit latinskou abecedou a ty druhé řeckou abecedou.

$$\operatorname{grad} \phi^* = \vec{e}_\alpha^* \frac{\partial \phi^*}{\partial x_\alpha^*} = \vec{e}_\alpha^* \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \boxed{\frac{\partial x_i}{\partial x_\alpha^*}}$$

$$\vec{x}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{x} + \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad x_\alpha^* \vec{e}_\alpha^* = O_{\alpha i} (\vec{e}_\alpha^* \otimes \vec{e}_i) \cdot (x_j \vec{e}_j) + \vec{b}^* = \vec{e}_\alpha^* O_{\alpha i} x_i + \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad \frac{\partial x_\alpha^*}{\partial x_i} = O_{\alpha i}$$

$$\vec{x} = \mathbf{O}^T \cdot \vec{x}^* - \mathbf{O}^T \cdot \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad x_i \vec{e}_i = \underline{O_{\beta i} (\vec{e}_i \otimes \vec{e}_\beta^*)} \cdot (x_\alpha^* \vec{e}_\alpha^*) - \mathbf{O}^T \cdot \vec{b}^*$$

Cvičení 8: Konstitutivní vztahy

Příklad 1: Dokažte, že gradient objektivního skaláru je objektivní vektor.

Objektivní skalár: $\phi^* = \phi$

Objektivní vektor: $\vec{a}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{a}$

Máme tedy dokázat, že $\operatorname{grad} \phi^* = \mathbf{O} \cdot \operatorname{grad} \phi \,.$

Úmluva: Abychom rozlišili složky v původní a v rotované soustavě, budeme ty první značit latinskou abecedou a ty druhé řeckou abecedou.

$$\operatorname{grad} \phi^* = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial \phi^*}{\partial x^*_\alpha} = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \boxed{\frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha}}$$

$$\vec{x}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{x} + \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad x^*_\alpha \vec{e}^{\,*}_\alpha = O_{\alpha i} (\vec{e}^{\,*}_\alpha \otimes \vec{e}_i) \cdot (x_j \vec{e}_j) + \vec{b}^* = \vec{e}^{\,*}_\alpha O_{\alpha i} x_i + \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad \frac{\partial x^*_\alpha}{\partial x_i} = O_{\alpha i}$$

$$\vec{x} = \mathbf{O}^T \cdot \vec{x}^* - \mathbf{O}^T \cdot \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad x_i \vec{e}_i = O_{\beta i} (\vec{e}_i \otimes \vec{e}^{\,*}_\beta) \cdot (x^*_\alpha \vec{e}^{\,*}_\alpha) - \mathbf{O}^T \cdot \vec{b}^* = \vec{e}_i O_{\alpha i} x^*_\alpha - \mathbf{O}^T \cdot \vec{b}^*$$

Cvičení 8: Konstitutivní vztahy

Příklad 1: Dokažte, že gradient objektivního skaláru je objektivní vektor.

Objektivní skalár: $\phi^* = \phi$

Objektivní vektor: $\vec{a}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{a}$

Máme tedy dokázat, že $\operatorname{grad} \phi^* = \mathbf{O} \cdot \operatorname{grad} \phi \, .$

Úmluva: Abychom rozlišili složky v původní a v rotované soustavě, budeme ty první značit latinskou abecedou a ty druhé řeckou abecedou.

$$\operatorname{grad} \phi^* = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial \phi^*}{\partial x^*_\alpha} = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \boxed{\frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha}}$$

$$\vec{x}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{x} + \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad x^*_\alpha \vec{e}^{\,*}_\alpha = O_{\alpha i} (\vec{e}^{\,*}_\alpha \otimes \vec{e}_i) \cdot (x_j \vec{e}_j) + \vec{b}^* = \vec{e}^{\,*}_\alpha O_{\alpha i} x_i + \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad \frac{\partial x^*_\alpha}{\partial x_i} = O_{\alpha i}$$

$$\vec{x} = \mathbf{O}^T \cdot \vec{x}^* - \mathbf{O}^T \cdot \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad x_i \vec{e}_i = O_{\beta i} (\vec{e}_i \otimes \vec{e}^{\,*}_\beta) \cdot (x^*_\alpha \vec{e}^{\,*}_\alpha) - \mathbf{O}^T \cdot \vec{b}^* = \vec{e}_i O_{\alpha i} x^*_\alpha - \mathbf{O}^T \cdot \vec{b}^*$$

$$\rightarrow \quad \frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha} = O_{\alpha i}$$

Cvičení 8: Konstitutivní vztahy

Příklad 1: Dokažte, že gradient objektivního skaláru je objektivní vektor.

Objektivní skalár: $\phi^* = \phi$

Objektivní vektor: $\vec{a}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{a}$

Máme tedy dokázat, že $\operatorname{grad} \phi^* = \mathbf{O} \cdot \operatorname{grad} \phi \,.$

Úmluva: Abychom rozlišili složky v původní a v rotované soustavě, budeme ty první značit latinskou abecedou a ty druhé řeckou abecedou.

$$\operatorname{grad} \phi^* = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial \phi^*}{\partial x^*_\alpha} = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \boxed{\frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha}}$$

$$\vec{x}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{x} + \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad x^*_\alpha \vec{e}^{\,*}_\alpha = O_{\alpha i}(\vec{e}^{\,*}_\alpha \otimes \vec{e}_i) \cdot (x_j \vec{e}_j) + \vec{b}^* = \vec{e}^{\,*}_\alpha O_{\alpha i} x_i + \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad \frac{\partial x^*_\alpha}{\partial x_i} = O_{\alpha i}$$

$$\vec{x} = \mathbf{O}^T \cdot \vec{x}^* - \mathbf{O}^T \cdot \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad x_i \vec{e}_i = O_{\beta i}(\vec{e}_i \otimes \vec{e}^{\,*}_\beta) \cdot (x^*_\alpha \vec{e}^{\,*}_\alpha) - \mathbf{O}^T \cdot \vec{b}^* = \vec{e}_i O_{\alpha i} x^*_\alpha - \mathbf{O}^T \cdot \vec{b}^*$$

$$\rightarrow \quad \frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha} = O_{\alpha i}$$

$$\operatorname{grad} \phi^* = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial \phi^*}{\partial x^*_\alpha} = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha}$$

Cvičení 8: Konstitutivní vztahy

Příklad 1: Dokažte, že gradient objektivního skaláru je objektivní vektor.

Objektivní skalár: $\phi^* = \phi$

Objektivní vektor: $\vec{a}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{a}$

Máme tedy dokázat, že $\operatorname{grad} \phi^* = \mathbf{O} \cdot \operatorname{grad} \phi \, .$

Úmluva: Abychom rozlišili složky v původní a v rotované soustavě, budeme ty první značit latinskou abecedou a ty druhé řeckou abecedou.

$$\operatorname{grad} \phi^* = \vec{e}^*_\alpha \frac{\partial \phi^*}{\partial x^*_\alpha} = \vec{e}^*_\alpha \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \boxed{\frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha}}$$

$$\vec{x}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{x} + \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad x^*_\alpha \vec{e}^*_\alpha = O_{\alpha i} (\vec{e}^*_\alpha \otimes \vec{e}_i) \cdot (x_j \vec{e}_j) + \vec{b}^* = \vec{e}^*_\alpha O_{\alpha i} x_i + \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad \frac{\partial x^*_\alpha}{\partial x_i} = O_{\alpha i}$$

$$\vec{x} = \mathbf{O}^T \cdot \vec{x}^* - \mathbf{O}^T \cdot \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad x_i \vec{e}_i = O_{\beta i} (\vec{e}_i \otimes \vec{e}^*_\beta) \cdot (x^*_\alpha \vec{e}^*_\alpha) - \mathbf{O}^T \cdot \vec{b}^* = \vec{e}_i O_{\alpha i} x^*_\alpha - \mathbf{O}^T \cdot \vec{b}^*$$

$$\rightarrow \quad \frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha} = O_{\alpha i}$$

$$\operatorname{grad} \phi^* = \vec{e}^*_\alpha \frac{\partial \phi^*}{\partial x^*_\alpha} = \vec{e}^*_\alpha \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha} = \vec{e}^*_\alpha O_{\alpha i} \frac{\partial \phi}{\partial x_i}$$

Cvičení 8: Konstitutivní vztahy

Příklad 1: Dokažte, že gradient objektivního skaláru je objektivní vektor.

Objektivní skalár: $\phi^* = \phi$

Objektivní vektor: $\vec{a}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{a}$

Máme tedy dokázat, že $\operatorname{grad} \phi^* = \mathbf{O} \cdot \operatorname{grad} \phi\,.$

Úmluva: Abychom rozlišili složky v původní a v rotované soustavě, budeme ty první značit latinskou abecedou a ty druhé řeckou abecedou.

$$\operatorname{grad} \phi^* = \vec{e}^*_\alpha \frac{\partial \phi^*}{\partial x^*_\alpha} = \vec{e}^*_\alpha \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \boxed{\frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha}}$$

$$\vec{x}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{x} + \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad x^*_\alpha \vec{e}^*_\alpha = O_{\alpha i}(\vec{e}^*_\alpha \otimes \vec{e}_i) \cdot (x_j \vec{e}_j) + \vec{b}^* = \vec{e}^*_\alpha O_{\alpha i} x_i + \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad \frac{\partial x^*_\alpha}{\partial x_i} = O_{\alpha i}$$

$$\vec{x} = \mathbf{O}^T \cdot \vec{x}^* - \mathbf{O}^T \cdot \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad x_i \vec{e}_i = O_{\beta i}(\vec{e}_i \otimes \vec{e}^*_\beta) \cdot (x^*_\alpha \vec{e}^*_\alpha) - \mathbf{O}^T \cdot \vec{b}^* = \vec{e}_i O_{\alpha i} x^*_\alpha - \mathbf{O}^T \cdot \vec{b}^*$$

$$\rightarrow \quad \frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha} = O_{\alpha i}$$

$$\operatorname{grad} \phi^* = \vec{e}^*_\alpha \frac{\partial \phi^*}{\partial x^*_\alpha} = \vec{e}^*_\alpha \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha} = \vec{e}^*_\alpha O_{\alpha i} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} = \mathbf{O} \cdot \operatorname{grad} \phi$$

Cvičení 8: Konstitutivní vztahy

Příklad 1: Dokažte, že gradient objektivního skaláru je objektivní vektor.

Objektivní skalár: $\phi^* = \phi$

Objektivní vektor: $\vec{a}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{a}$

Máme tedy dokázat, že $\operatorname{grad} \phi^* = \mathbf{O} \cdot \operatorname{grad} \phi\,.$

Úmluva: Abychom rozlišili složky v původní a v rotované soustavě, budeme ty první značit latinskou abecedou a ty druhé řeckou abecedou.

$$\operatorname{grad} \phi^* = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial \phi^*}{\partial x^*_\alpha} = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \boxed{\frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha}}$$

$$\vec{x}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{x} + \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad x^*_\alpha \vec{e}^{\,*}_\alpha = O_{\alpha i} (\vec{e}^{\,*}_\alpha \otimes \vec{e}_i) \cdot (x_j \vec{e}_j) + \vec{b}^* = \vec{e}^{\,*}_\alpha O_{\alpha i} x_i + \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad \frac{\partial x^*_\alpha}{\partial x_i} = O_{\alpha i}$$

$$\vec{x} = \mathbf{O}^T \cdot \vec{x}^* - \mathbf{O}^T \cdot \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad x_i \vec{e}_i = O_{\beta i} (\vec{e}_i \otimes \vec{e}^{\,*}_\beta) \cdot (x^*_\alpha \vec{e}^{\,*}_\alpha) - \mathbf{O}^T \cdot \vec{b}^* = \vec{e}_i O_{\alpha i} x^*_\alpha - \mathbf{O}^T \cdot \vec{b}^*$$

$$\rightarrow \quad \frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha} = O_{\alpha i}$$

$$\operatorname{grad} \phi^* = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial \phi^*}{\partial x^*_\alpha} = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha} = \vec{e}^{\,*}_\alpha O_{\alpha i} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} = \mathbf{O} \cdot \operatorname{grad} \phi \quad \rightarrow \quad \boxed{\operatorname{grad} \phi^* = \mathbf{O} \cdot \operatorname{grad} \phi}$$

Cvičení 8: Konstitutivní vztahy

Příklad 1: Dokažte, že gradient objektivního skaláru je objektivní vektor.

Objektivní skalár: $\phi^* = \phi$

Objektivní vektor: $\vec{a}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{a}$

Máme tedy dokázat, že $\operatorname{grad} \phi^* = \mathbf{O} \cdot \operatorname{grad} \phi \,.$

Úmluva: Abychom rozlišili složky v původní a v rotované soustavě, budeme ty první značit latinskou abecedou a ty druhé řeckou abecedou.

$$\operatorname{grad} \phi^* = \vec{e}^*_\alpha \frac{\partial \phi^*}{\partial x^*_\alpha} = \vec{e}^*_\alpha \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \boxed{\frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha}}$$

$$\vec{x}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{x} + \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad x^*_\alpha \vec{e}^*_\alpha = O_{\alpha i}(\vec{e}^*_\alpha \otimes \vec{e}_i) \cdot (x_j \vec{e}_j) + \vec{b}^* = \vec{e}^*_\alpha O_{\alpha i} x_i + \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad \frac{\partial x^*_\alpha}{\partial x_i} = O_{\alpha i}$$

$$\vec{x} = \mathbf{O}^T \cdot \vec{x}^* - \mathbf{O}^T \cdot \vec{b}^* \quad \rightarrow \quad x_i \vec{e}_i = O_{\beta i}(\vec{e}_i \otimes \vec{e}^*_\beta) \cdot (x^*_\alpha \vec{e}^*_\alpha) - \mathbf{O}^T \cdot \vec{b}^* = \vec{e}_i O_{\alpha i} x^*_\alpha - \mathbf{O}^T \cdot \vec{b}^*$$

$$\rightarrow \quad \frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha} = O_{\alpha i}$$

$$\operatorname{grad} \phi^* = \vec{e}^*_\alpha \frac{\partial \phi^*}{\partial x^*_\alpha} = \vec{e}^*_\alpha \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha} = \vec{e}^*_\alpha O_{\alpha i} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} = \mathbf{O} \cdot \operatorname{grad} \phi \quad \rightarrow \quad \boxed{\operatorname{grad} \phi^* = \mathbf{O} \cdot \operatorname{grad} \phi}$$

$$\mathbf{O} \cdot \operatorname{grad} \phi = O_{\alpha i}(\vec{e}^*_\alpha \otimes \vec{e}_i) \cdot \left(\vec{e}_j \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) = \vec{e}^*_\alpha O_{\alpha i} \frac{\partial \phi}{\partial x_i}$$

Příklad 2: Dokažte, že tepelný tok je objektivní vektor.

Příklad 2: Dokažte, že tepelný tok je objektivní vektor.

Máme dokázat, že $\vec{q}^{*} = \mathbf{O} \cdot \vec{q}$.

Příklad 2: Dokažte, že tepelný tok je objektivní vektor.

Máme dokázat, že $\vec{q}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{q}$.

Postulovali jsme, že $\vec{q} \cdot \vec{n}$ je objektivní skalár a normála k povrchu je objektivní vektor, tj.

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^* = \vec{q} \cdot \vec{n}\,, \quad \vec{n}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{n}$$

Příklad 2: Dokažte, že tepelný tok je objektivní vektor.

Máme dokázat, že $\vec{q}^{\,*} = \mathbf{O} \cdot \vec{q}\,.$

Postulovali jsme, že $\vec{q} \cdot \vec{n}$ je objektivní skalár a normála k povrchu je objektivní vektor, tj.

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^* = \vec{q} \cdot \vec{n}\,, \quad \vec{n}^{\,*} = \mathbf{O} \cdot \vec{n}$$

Potom

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^* = \vec{q}^{\,*} \cdot \vec{n}^{\,*}$$

Příklad 2: Dokažte, že tepelný tok je objektivní vektor.

Máme dokázat, že $\vec{q}^{\,*} = \mathbf{O} \cdot \vec{q}\,.$

Postulovali jsme, že $\vec{q} \cdot \vec{n}$ je objektivní skalár a normála k povrchu je objektivní vektor, tj.

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^* = \vec{q} \cdot \vec{n}\,, \quad \vec{n}^{\,*} = \mathbf{O} \cdot \vec{n}$$

Potom

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^* = \vec{q}^{\,*} \cdot \vec{n}^{\,*} = \vec{q}^{\,*} \cdot (\mathbf{O} \cdot \vec{n})$$

Příklad 2: Dokažte, že tepelný tok je objektivní vektor.

Máme dokázat, že $\vec{q}^{\,*} = \mathbf{O} \cdot \vec{q}\,.$

Postulovali jsme, že $\vec{q} \cdot \vec{n}$ je objektivní skalár a normála k povrchu je objektivní vektor, tj.

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^* = \vec{q} \cdot \vec{n}\,, \quad \vec{n}^{\,*} = \mathbf{O} \cdot \vec{n}$$

Potom

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^* = \vec{q}^{\,*} \cdot \vec{n}^{\,*} = \vec{q}^{\,*} \cdot (\mathbf{O} \cdot \vec{n}) = \vec{q} \cdot \vec{n}$$

Příklad 2: Dokažte, že tepelný tok je objektivní vektor.

Máme dokázat, že $\vec{q}^{*} = \mathbf{O} \cdot \vec{q}\,.$

Postulovali jsme, že $\vec{q} \cdot \vec{n}$ je objektivní skalár a normála k povrchu je objektivní vektor, tj.

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^{*} = \vec{q} \cdot \vec{n}\,, \quad \vec{n}^{\,*} = \mathbf{O} \cdot \vec{n}$$

Potom

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^{*} = \vec{q}^{\,*} \cdot \vec{n}^{\,*} = \vec{q}^{\,*} \cdot (\mathbf{O} \cdot \vec{n}) = \vec{q} \cdot \vec{n} \quad \Rightarrow \quad \vec{q}^{\,*} \cdot \mathbf{O} = \vec{q}$$

Příklad 2: Dokažte, že tepelný tok je objektivní vektor.

Máme dokázat, že $\vec{q}^{*} = \mathbf{O} \cdot \vec{q}\,.$

Postulovali jsme, že $\vec{q} \cdot \vec{n}$ je objektivní skalár a normála k povrchu je objektivní vektor, tj.

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^{*} = \vec{q} \cdot \vec{n}\,, \quad \vec{n}^{*} = \mathbf{O} \cdot \vec{n}$$

Potom

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^{*} = \vec{q}^{*} \cdot \vec{n}^{*} = \vec{q}^{*} \cdot (\mathbf{O} \cdot \vec{n}) = \vec{q} \cdot \vec{n} \quad \Rightarrow \quad \vec{q}^{*} \cdot \mathbf{O} = \vec{q} \quad \Rightarrow \quad \vec{q}^{*} = \vec{q} \cdot \mathbf{O}^{T} = \mathbf{O} \cdot \vec{q}$$

Příklad 2: Dokažte, že tepelný tok je objektivní vektor.

Máme dokázat, že $\vec{q}^{\,*} = \mathbf{O} \cdot \vec{q}\,.$

Postulovali jsme, že $\vec{q} \cdot \vec{n}$ je objektivní skalár a normála k povrchu je objektivní vektor, tj.

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^* = \vec{q} \cdot \vec{n}\,, \quad \vec{n}^{\,*} = \mathbf{O} \cdot \vec{n}$$

Potom

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^* = \vec{q}^{\,*} \cdot \vec{n}^{\,*} = \vec{q}^{\,*} \cdot (\mathbf{O} \cdot \vec{n}) = \vec{q} \cdot \vec{n} \quad \Rightarrow \quad \vec{q}^{\,*} \cdot \mathbf{O} = \vec{q} \quad \Rightarrow \quad \vec{q}^{\,*} = \vec{q} \cdot \mathbf{O}^T = \mathbf{O} \cdot \vec{q}$$

$$\boxed{\vec{q}^{\,*} = \mathbf{O} \cdot \vec{q}}$$

Příklad 2: Dokažte, že tepelný tok je objektivní vektor.

Máme dokázat, že $\vec{q}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{q}$.

Postulovali jsme, že $\vec{q} \cdot \vec{n}$ je objektivní skalár a normála k povrchu je objektivní vektor, tj.

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^* = \vec{q} \cdot \vec{n}\,, \quad \vec{n}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{n}$$

Potom

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^* = \vec{q}^* \cdot \vec{n}^* = \vec{q}^* \cdot (\mathbf{O} \cdot \vec{n}) = \vec{q} \cdot \vec{n} \quad \Rightarrow \quad \vec{q}^* \cdot \mathbf{O} = \vec{q} \quad \Rightarrow \quad \vec{q}^* = \vec{q} \cdot \mathbf{O}^T = \mathbf{O} \cdot \vec{q}$$

$$\boxed{\vec{q}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{q}}$$

Příklad 3: Ukažte, že $\mathbf{T}^{(2)*} = \mathbf{T}^{(2)}$.

Příklad 2: Dokažte, že tepelný tok je objektivní vektor.

Máme dokázat, že $\vec{q}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{q}$.

Postulovali jsme, že $\vec{q} \cdot \vec{n}$ je objektivní skalár a normála k povrchu je objektivní vektor, tj.

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^* = \vec{q} \cdot \vec{n}\,, \quad \vec{n}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{n}$$

Potom

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^* = \vec{q}^* \cdot \vec{n}^* = \vec{q}^* \cdot (\mathbf{O} \cdot \vec{n}) = \vec{q} \cdot \vec{n} \quad \Rightarrow \quad \vec{q}^* \cdot \mathbf{O} = \vec{q} \quad \Rightarrow \quad \vec{q}^* = \vec{q} \cdot \mathbf{O}^T = \mathbf{O} \cdot \vec{q}$$

$$\boxed{\vec{q}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{q}}$$

Příklad 3: Ukažte, že $\mathbf{T}^{(2)*} = \mathbf{T}^{(2)}$.

Připomeňme, že

$$\mathbf{T}^{(2)} = J\mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{t} \cdot \mathbf{F}^{-T}$$

$$\mathbf{F}^* = \mathbf{O} \cdot \mathbf{F}, \quad J^* = J$$

Příklad 2: Dokažte, že tepelný tok je objektivní vektor.

Máme dokázat, že $\vec{q}^{\,*} = \mathbf{O} \cdot \vec{q}$.

Postulovali jsme, že $\vec{q} \cdot \vec{n}$ je objektivní skalár a normála k povrchu je objektivní vektor, tj.

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^* = \vec{q} \cdot \vec{n}\,, \quad \vec{n}^{\,*} = \mathbf{O} \cdot \vec{n}$$

Potom

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^* = \vec{q}^{\,*} \cdot \vec{n}^{\,*} = \vec{q}^{\,*} \cdot (\mathbf{O} \cdot \vec{n}) = \vec{q} \cdot \vec{n} \quad \Rightarrow \quad \vec{q}^{\,*} \cdot \mathbf{O} = \vec{q} \quad \Rightarrow \quad \vec{q}^{\,*} = \vec{q} \cdot \mathbf{O}^T = \mathbf{O} \cdot \vec{q}$$

$$\boxed{\vec{q}^{\,*} = \mathbf{O} \cdot \vec{q}}$$

Příklad 3: Ukažte, že $\mathbf{T}^{(2)*} = \mathbf{T}^{(2)}$.

Připomeňme, že

$$\mathbf{T}^{(2)} = J\mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{t} \cdot \mathbf{F}^{-T}$$

$$\mathbf{F}^* = \mathbf{O} \cdot \mathbf{F}, \quad J^* = J$$

$$\mathbf{T}^{(2)*} = J^*(\mathbf{F}^*)^{-1} \cdot \mathbf{t}^* \cdot (\mathbf{F}^*)^{-T}$$

Příklad 2: Dokažte, že tepelný tok je objektivní vektor.

Máme dokázat, že $\vec{q}^{*} = \mathbf{O} \cdot \vec{q}$.

Postulovali jsme, že $\vec{q} \cdot \vec{n}$ je objektivní skalár a normála k povrchu je objektivní vektor, tj.

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^{*} = \vec{q} \cdot \vec{n}\,, \quad \vec{n}^{\,*} = \mathbf{O} \cdot \vec{n}$$

Potom

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^{*} = \vec{q}^{\,*} \cdot \vec{n}^{\,*} = \vec{q}^{\,*} \cdot (\mathbf{O} \cdot \vec{n}) = \vec{q} \cdot \vec{n} \quad \Rightarrow \quad \vec{q}^{\,*} \cdot \mathbf{O} = \vec{q} \quad \Rightarrow \quad \vec{q}^{\,*} = \vec{q} \cdot \mathbf{O}^{T} = \mathbf{O} \cdot \vec{q}$$

$$\boxed{\vec{q}^{\,*} = \mathbf{O} \cdot \vec{q}}$$

Příklad 3: Ukažte, že $\mathbf{T}^{(2)*} = \mathbf{T}^{(2)}$.

Připomeňme, že

$$\mathbf{T}^{(2)} = J\mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{t} \cdot \mathbf{F}^{-T}$$

$$\mathbf{F}^{*} = \mathbf{O} \cdot \mathbf{F}, \quad J^{*} = J$$

$$\mathbf{T}^{(2)*} = J^{*}(\mathbf{F}^{*})^{-1} \cdot \mathbf{t}^{*} \cdot (\mathbf{F}^{*})^{-T} = J^{*}(\mathbf{O} \cdot \mathbf{F})^{-1} \cdot (\mathbf{O} \cdot \mathbf{t} \cdot \mathbf{O}^{T}) \cdot (\mathbf{O} \cdot \mathbf{F})^{-T}$$

Příklad 2: Dokažte, že tepelný tok je objektivní vektor.

Máme dokázat, že $\vec{q}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{q}$.

Postulovali jsme, že $\vec{q} \cdot \vec{n}$ je objektivní skalár a normála k povrchu je objektivní vektor, tj.

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^* = \vec{q} \cdot \vec{n}\,, \quad \vec{n}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{n}$$

Potom

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^* = \vec{q}^* \cdot \vec{n}^* = \vec{q}^* \cdot (\mathbf{O} \cdot \vec{n}) = \vec{q} \cdot \vec{n} \quad \Rightarrow \quad \vec{q}^* \cdot \mathbf{O} = \vec{q} \quad \Rightarrow \quad \vec{q}^* = \vec{q} \cdot \mathbf{O}^T = \mathbf{O} \cdot \vec{q}$$

$$\boxed{\vec{q}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{q}}$$

Příklad 3: Ukažte, že $\mathbf{T}^{(2)*} = \mathbf{T}^{(2)}$.

Připomeňme, že

$$\mathbf{T}^{(2)} = J\mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{t} \cdot \mathbf{F}^{-T}$$

$$\mathbf{F}^* = \mathbf{O} \cdot \mathbf{F}, \quad J^* = J$$

$$\mathbf{T}^{(2)*} = J^*(\mathbf{F}^*)^{-1} \cdot \mathbf{t}^* \cdot (\mathbf{F}^*)^{-T} = J^*(\mathbf{O} \cdot \mathbf{F})^{-1} \cdot (\mathbf{O} \cdot \mathbf{t} \cdot \mathbf{O}^T) \cdot (\mathbf{O} \cdot \mathbf{F})^{-T} =$$

$$= J^*(\cdot\mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{O}^{-1}) \cdot (\mathbf{O} \cdot \mathbf{t} \cdot \mathbf{O}^T) \cdot (\mathbf{O}^{-T} \cdot \mathbf{F}^{-T})$$

Příklad 2: Dokažte, že tepelný tok je objektivní vektor.

Máme dokázat, že $\vec{q}^{*} = \mathbf{O} \cdot \vec{q}$.

Postulovali jsme, že $\vec{q} \cdot \vec{n}$ je objektivní skalár a normála k povrchu je objektivní vektor, tj.

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^{*} = \vec{q} \cdot \vec{n}\,, \quad \vec{n}^{\,*} = \mathbf{O} \cdot \vec{n}$$

Potom

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^{*} = \vec{q}^{\,*} \cdot \vec{n}^{\,*} = \vec{q}^{\,*} \cdot (\mathbf{O} \cdot \vec{n}) = \vec{q} \cdot \vec{n} \quad \Rightarrow \quad \vec{q}^{\,*} \cdot \mathbf{O} = \vec{q} \quad \Rightarrow \quad \vec{q}^{\,*} = \vec{q} \cdot \mathbf{O}^{T} = \mathbf{O} \cdot \vec{q}$$

$$\boxed{\vec{q}^{*} = \mathbf{O} \cdot \vec{q}}$$

Příklad 3: Ukažte, že $\mathbf{T}^{(2)*} = \mathbf{T}^{(2)}$.

Připomeňme, že

$$\mathbf{T}^{(2)} = J\mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{t} \cdot \mathbf{F}^{-T}$$

$$\mathbf{F}^{*} = \mathbf{O} \cdot \mathbf{F}, \quad J^{*} = J$$

$$\mathbf{T}^{(2)*} = J^{*}(\mathbf{F}^{*})^{-1} \cdot \mathbf{t}^{*} \cdot (\mathbf{F}^{*})^{-T} = J^{*}(\mathbf{O} \cdot \mathbf{F})^{-1} \cdot (\mathbf{O} \cdot \mathbf{t} \cdot \mathbf{O}^{T}) \cdot (\mathbf{O} \cdot \mathbf{F})^{-T} =$$

$$= J^{*}(\cdot\mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{O}^{-1}) \cdot (\mathbf{O} \cdot \mathbf{t} \cdot \mathbf{O}^{T}) \cdot (\mathbf{O}^{-T} \cdot \mathbf{F}^{-T}) = J^{*}\mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{t} \cdot \mathbf{F}^{-T}$$

Příklad 2: Dokažte, že tepelný tok je objektivní vektor.

Máme dokázat, že $\vec{q}^{*} = \mathbf{O} \cdot \vec{q}\,.$

Postulovali jsme, že $\vec{q} \cdot \vec{n}$ je objektivní skalár a normála k povrchu je objektivní vektor, tj.

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^{*} = \vec{q} \cdot \vec{n}\,, \quad \vec{n}^{\,*} = \mathbf{O} \cdot \vec{n}$$

Potom

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^{*} = \vec{q}^{\,*} \cdot \vec{n}^{\,*} = \vec{q}^{\,*} \cdot (\mathbf{O} \cdot \vec{n}) = \vec{q} \cdot \vec{n} \quad \Rightarrow \quad \vec{q}^{\,*} \cdot \mathbf{O} = \vec{q} \quad \Rightarrow \quad \vec{q}^{\,*} = \vec{q} \cdot \mathbf{O}^{T} = \mathbf{O} \cdot \vec{q}$$

$$\boxed{\vec{q}^{*} = \mathbf{O} \cdot \vec{q}}$$

Příklad 3: Ukažte, že $\mathbf{T}^{(2)*} = \mathbf{T}^{(2)}\,.$

Připomeňme, že

$$\mathbf{T}^{(2)} = J\mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{t} \cdot \mathbf{F}^{-T}$$

$$\mathbf{F}^{*} = \mathbf{O} \cdot \mathbf{F}, \quad J^{*} = J$$

$$\mathbf{T}^{(2)*} = J^{*}(\mathbf{F}^{*})^{-1} \cdot \mathbf{t}^{*} \cdot (\mathbf{F}^{*})^{-T} = J^{*}(\mathbf{O} \cdot \mathbf{F})^{-1} \cdot (\mathbf{O} \cdot \mathbf{t} \cdot \mathbf{O}^{T}) \cdot (\mathbf{O} \cdot \mathbf{F})^{-T} =$$

$$= J^{*}(\cdot\mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{O}^{-1}) \cdot (\mathbf{O} \cdot \mathbf{t} \cdot \mathbf{O}^{T}) \cdot (\mathbf{O}^{-T} \cdot \mathbf{F}^{-T}) = J^{*}\mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{t} \cdot \mathbf{F}^{-T} = J\mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{t} \cdot \mathbf{F}^{-T} = \mathbf{T}^{(2)}$$

Příklad 2: Dokažte, že tepelný tok je objektivní vektor.

Máme dokázat, že $\vec{q}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{q}$.

Postulovali jsme, že $\vec{q} \cdot \vec{n}$ je objektivní skalár a normála k povrchu je objektivní vektor, tj.

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^* = \vec{q} \cdot \vec{n}\,, \quad \vec{n}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{n}$$

Potom

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})^* = \vec{q}^* \cdot \vec{n}^* = \vec{q}^* \cdot (\mathbf{O} \cdot \vec{n}) = \vec{q} \cdot \vec{n} \quad \Rightarrow \quad \vec{q}^* \cdot \mathbf{O} = \vec{q} \quad \Rightarrow \quad \vec{q}^* = \vec{q} \cdot \mathbf{O}^T = \mathbf{O} \cdot \vec{q}$$

$$\boxed{\vec{q}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{q}}$$

Příklad 3: Ukažte, že $\mathbf{T}^{(2)*} = \mathbf{T}^{(2)}$.

Připomeňme, že

$$\mathbf{T}^{(2)} = J\mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{t} \cdot \mathbf{F}^{-T}$$

$$\mathbf{F}^* = \mathbf{O} \cdot \mathbf{F}, \quad J^* = J$$

$$\mathbf{T}^{(2)*} = J^*(\mathbf{F}^*)^{-1} \cdot \mathbf{t}^* \cdot (\mathbf{F}^*)^{-T} = J^*(\mathbf{O} \cdot \mathbf{F})^{-1} \cdot (\mathbf{O} \cdot \mathbf{t} \cdot \mathbf{O}^T) \cdot (\mathbf{O} \cdot \mathbf{F})^{-T} =$$

$$= J^*(\cdot\mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{O}^{-1}) \cdot (\mathbf{O} \cdot \mathbf{t} \cdot \mathbf{O}^T) \cdot (\mathbf{O}^{-T} \cdot \mathbf{F}^{-T}) = J^*\mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{t} \cdot \mathbf{F}^{-T} = J\mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{t} \cdot \mathbf{F}^{-T} = \mathbf{T}^{(2)}$$

$$\boxed{\mathbf{T}^{(2)*} = \mathbf{T}^{(2)}}$$

Příklad 4: Ukažte, že $\boldsymbol{l}^{*} = \mathbf{O} \cdot \boldsymbol{l} \cdot \mathbf{O}^{\mathbf{T}} + \boldsymbol{\Omega}$.

Příklad 4: Ukažte, že $\boldsymbol{l}^* = \mathbf{O} \cdot \boldsymbol{l} \cdot \mathbf{O}^{\mathbf{T}} + \boldsymbol{\Omega}\,.$

Připomeňme si

$$\vec{x}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{x} + \vec{b}^*, \quad \vec{v}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{v} + \dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x} + \dot{\vec{b}}^*$$

$$\boldsymbol{l} = (\operatorname{grad} \vec{v})^T, \quad \boldsymbol{\Omega} = \dot{\mathbf{O}} \cdot \mathbf{O}^T$$

Příklad 4: Ukažte, že $\boldsymbol{l}^* = \mathbf{O} \cdot \boldsymbol{l} \cdot \mathbf{O}^{\mathbf{T}} + \boldsymbol{\Omega}\,.$

Připomeňme si

$$\vec{x}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{x} + \vec{b}^*, \quad \vec{v}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{v} + \dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x} + \dot{\vec{b}}^*$$

$$\boldsymbol{l} = (\operatorname{grad} \vec{v})^T, \quad \boldsymbol{\Omega} = \dot{\mathbf{O}} \cdot \mathbf{O}^T$$

$$\boldsymbol{l}^{*T} = \operatorname{grad} \vec{v}^*$$

Příklad 4: Ukažte, že $\boldsymbol{l}^* = \mathbf{O} \cdot \boldsymbol{l} \cdot \mathbf{O}^{\mathbf{T}} + \boldsymbol{\Omega}\,.$

Připomeňme si

$$\vec{x}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{x} + \vec{b}^*, \quad \vec{v}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{v} + \dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x} + \dot{\vec{b}}^*$$

$$\boldsymbol{l} = (\operatorname{grad} \vec{v})^T, \quad \boldsymbol{\Omega} = \dot{\mathbf{O}} \cdot \mathbf{O}^T$$

$$\boldsymbol{l}^{*T} = \operatorname{grad} \vec{v}^* = \operatorname{grad}(\mathbf{O} \cdot \vec{v} + \dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x} + \dot{\vec{b}}^*)$$

Příklad 4: Ukažte, že $\boldsymbol{l}^* = \mathbf{O} \cdot \boldsymbol{l} \cdot \mathbf{O}^{\mathbf{T}} + \boldsymbol{\Omega}\,.$

Připomeňme si

$$\vec{x}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{x} + \vec{b}^*, \quad \vec{v}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{v} + \dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x} + \dot{\vec{b}}^*$$

$$\boldsymbol{l} = (\operatorname{grad} \vec{v})^T, \quad \boldsymbol{\Omega} = \dot{\mathbf{O}} \cdot \mathbf{O}^T$$

$$\boldsymbol{l}^{*T} = \operatorname{grad} \vec{v}^* = \operatorname{grad}(\mathbf{O} \cdot \vec{v} + \dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x} + \dot{\vec{b}}^*) = \operatorname{grad}(\underbrace{\mathbf{O} \cdot \vec{v}}_{\textbf{1.}} + \underbrace{\dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x}}_{\textbf{2.}})$$

Příklad 4: Ukažte, že $\boldsymbol{l}^* = \mathbf{O} \cdot \boldsymbol{l} \cdot \mathbf{O}^{\mathbf{T}} + \boldsymbol{\Omega}$.

Připomeňme si

$$\vec{x}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{x} + \vec{b}^*, \quad \vec{v}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{v} + \dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x} + \dot{\vec{b}}^*$$

$$\boldsymbol{l} = (\mathrm{grad}\, \vec{v})^T, \quad \boldsymbol{\Omega} = \dot{\mathbf{O}} \cdot \mathbf{O}^T$$

$$\boldsymbol{l}^{*T} = \mathrm{grad}\, \vec{v}^* = \mathrm{grad}(\mathbf{O} \cdot \vec{v} + \dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x} + \dot{\vec{b}}^*) = \mathrm{grad}(\underbrace{\mathbf{O} \cdot \vec{v}}_{\textbf{1.}} + \underbrace{\dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x}}_{\textbf{2.}})$$

1.

$$\mathrm{grad}(\mathbf{O} \cdot \vec{v}) = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial}{\partial x^*_\alpha} \otimes \big(O_{\beta i}(\vec{e}^{\,*}_\beta \otimes \vec{e}_i) \cdot v_j \vec{e}_j\big)$$

Příklad 4: Ukažte, že $\boldsymbol{l}^* = \mathbf{O} \cdot \boldsymbol{l} \cdot \mathbf{O}^{\mathbf{T}} + \boldsymbol{\Omega}\,.$

Připomeňme si

$$\vec{x}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{x} + \vec{b}^*, \quad \vec{v}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{v} + \dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x} + \dot{\vec{b}}^*$$

$$\boldsymbol{l} = (\mathrm{grad}\,\vec{v})^T, \quad \boldsymbol{\Omega} = \dot{\mathbf{O}} \cdot \mathbf{O}^T$$

$$\boldsymbol{l}^{*T} = \mathrm{grad}\,\vec{v}^* = \mathrm{grad}(\mathbf{O} \cdot \vec{v} + \dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x} + \dot{\vec{b}}^*) = \mathrm{grad}(\underbrace{\mathbf{O} \cdot \vec{v}}_{\textbf{1.}} + \underbrace{\dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x}}_{\textbf{2.}})$$

1.

$$\mathrm{grad}(\mathbf{O} \cdot \vec{v}) = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial}{\partial x^*_\alpha} \otimes \left(O_{\beta i}(\vec{e}^{\,*}_\beta \otimes \vec{e}_i) \cdot v_j \vec{e}_j\right) = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial}{\partial x^*_\alpha} \otimes \left(O_{\beta i} \vec{e}^{\,*}_\beta v_i\right)$$

Příklad 4: Ukažte, že $\boldsymbol{l}^* = \mathbf{O} \cdot \boldsymbol{l} \cdot \mathbf{O}^{\mathbf{T}} + \boldsymbol{\Omega}\,.$

Připomeňme si

$$\vec{x}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{x} + \vec{b}^*, \quad \vec{v}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{v} + \dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x} + \dot{\vec{b}}^*$$

$$\boldsymbol{l} = (\operatorname{grad} \vec{v})^T, \quad \boldsymbol{\Omega} = \dot{\mathbf{O}} \cdot \mathbf{O}^T$$

$$\boldsymbol{l}^{*T} = \operatorname{grad} \vec{v}^* = \operatorname{grad}(\mathbf{O} \cdot \vec{v} + \dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x} + \dot{\vec{b}}^*) = \operatorname{grad}(\underbrace{\mathbf{O} \cdot \vec{v}}_{\mathbf{1.}} + \underbrace{\dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x}}_{\mathbf{2.}})$$

1.

$$\operatorname{grad}(\mathbf{O} \cdot \vec{v}) = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial}{\partial x^*_\alpha} \otimes \left(O_{\beta i}(\vec{e}^{\,*}_\beta \otimes \vec{e}_i) \cdot v_j \vec{e}_j\right) = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial}{\partial x^*_\alpha} \otimes \left(O_{\beta i} \vec{e}^{\,*}_\beta v_i\right) = (\vec{e}^{\,*}_\alpha \otimes \vec{e}^{\,*}_\beta)\, O_{\beta i} \frac{\partial v_i}{\partial x^*_\alpha} =$$

Příklad 4: Ukažte, že $\boldsymbol{l}^* = \mathbf{O} \cdot \boldsymbol{l} \cdot \mathbf{O}^{\mathbf{T}} + \boldsymbol{\Omega}\,.$

Připomeňme si

$$\vec{x}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{x} + \vec{b}^*, \quad \vec{v}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{v} + \dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x} + \dot{\vec{b}}^*$$

$$\boldsymbol{l} = (\mathrm{grad}\,\vec{v})^T, \quad \boldsymbol{\Omega} = \dot{\mathbf{O}} \cdot \mathbf{O}^T$$

$$\boldsymbol{l}^{*T} = \mathrm{grad}\,\vec{v}^* = \mathrm{grad}(\mathbf{O} \cdot \vec{v} + \dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x} + \dot{\vec{b}}^*) = \mathrm{grad}(\underbrace{\mathbf{O} \cdot \vec{v}}_{\mathbf{1.}} + \underbrace{\dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x}}_{\mathbf{2.}})$$

1.

$$\mathrm{grad}(\mathbf{O} \cdot \vec{v}) = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial}{\partial x^*_\alpha} \otimes \left(O_{\beta i}(\vec{e}^{\,*}_\beta \otimes \vec{e}_i) \cdot v_j \vec{e}_j\right) = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial}{\partial x^*_\alpha} \otimes \left(O_{\beta i}\vec{e}^{\,*}_\beta v_i\right) = (\vec{e}^{\,*}_\alpha \otimes \vec{e}^{\,*}_\beta)\, O_{\beta i} \frac{\partial v_i}{\partial x^*_\alpha} =$$

$$= (\vec{e}^{\,*}_\alpha \otimes \vec{e}^{\,*}_\beta)\, O_{\beta i} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \frac{\partial x_k}{\partial x^*_\alpha}$$

Příklad 4: Ukažte, že $\boldsymbol{l}^* = \mathbf{O} \cdot \boldsymbol{l} \cdot \mathbf{O^T} + \boldsymbol{\Omega}$.

Připomeňme si

$$\vec{x}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{x} + \vec{b}^*, \quad \vec{v}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{v} + \dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x} + \dot{\vec{b}}^*$$

$$\boldsymbol{l} = (\mathrm{grad}\,\vec{v})^T, \quad \boldsymbol{\Omega} = \dot{\mathbf{O}} \cdot \mathbf{O}^T$$

$$\boldsymbol{l}^{*T} = \mathrm{grad}\,\vec{v}^* = \mathrm{grad}(\mathbf{O} \cdot \vec{v} + \dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x} + \dot{\vec{b}}^*) = \mathrm{grad}(\underbrace{\mathbf{O} \cdot \vec{v}}_{\mathbf{1.}} + \underbrace{\dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x}}_{\mathbf{2.}})$$

1.

$$\mathrm{grad}(\mathbf{O} \cdot \vec{v}) = \vec{e}^*_\alpha \frac{\partial}{\partial x^*_\alpha} \otimes \big(O_{\beta i}(\vec{e}^*_\beta \otimes \vec{e}_i) \cdot v_j \vec{e}_j\big) = \vec{e}^*_\alpha \frac{\partial}{\partial x^*_\alpha} \otimes \big(O_{\beta i} \vec{e}^*_\beta v_i\big) = (\vec{e}^*_\alpha \otimes \vec{e}^*_\beta)\, O_{\beta i} \frac{\partial v_i}{\partial x^*_\alpha} =$$

$$= (\vec{e}^*_\alpha \otimes \vec{e}^*_\beta)\, O_{\beta i} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \frac{\partial x_k}{\partial x^*_\alpha} = (\vec{e}^*_\alpha \otimes \vec{e}^*_\beta)\, O_{\beta i} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} O_{\alpha k}$$

Příklad 4: Ukažte, že $\boldsymbol{l}^* = \mathbf{O} \cdot \boldsymbol{l} \cdot \mathbf{O^T} + \boldsymbol{\Omega}$.

Připomeňme si

$$\vec{x}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{x} + \vec{b}^*, \quad \vec{v}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{v} + \dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x} + \dot{\vec{b}}^*$$
$$\boldsymbol{l} = (\mathrm{grad}\, \vec{v})^T, \quad \boldsymbol{\Omega} = \dot{\mathbf{O}} \cdot \mathbf{O}^T$$

$$\boldsymbol{l}^{*T} = \mathrm{grad}\, \vec{v}^* = \mathrm{grad}(\mathbf{O} \cdot \vec{v} + \dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x} + \dot{\vec{b}}^*) = \mathrm{grad}(\underbrace{\mathbf{O} \cdot \vec{v}}_{\textbf{1.}} + \underbrace{\dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x}}_{\textbf{2.}})$$

1.

$$\mathrm{grad}(\mathbf{O} \cdot \vec{v}) = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial}{\partial x^*_\alpha} \otimes \big(O_{\beta i}(\vec{e}^{\,*}_\beta \otimes \vec{e}_i) \cdot v_j \vec{e}_j\big) = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial}{\partial x^*_\alpha} \otimes \big(O_{\beta i} \vec{e}^{\,*}_\beta v_i\big) = (\vec{e}^{\,*}_\alpha \otimes \vec{e}^{\,*}_\beta)\, O_{\beta i} \frac{\partial v_i}{\partial x^*_\alpha} =$$

$$= (\vec{e}^{\,*}_\alpha \otimes \vec{e}^{\,*}_\beta)\, O_{\beta i} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \frac{\partial x_k}{\partial x^*_\alpha} = (\vec{e}^{\,*}_\alpha \otimes \vec{e}^{\,*}_\beta)\, O_{\beta i} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} O_{\alpha k} = (\vec{e}^{\,*}_\alpha \otimes \vec{e}^{\,*}_\beta)\, O_{\beta i} l_{ik} O_{\alpha k}$$

Příklad 4: Ukažte, že $\boldsymbol{l}^* = \mathbf{O} \cdot \boldsymbol{l} \cdot \mathbf{O^T} + \boldsymbol{\Omega}\,.$

Připomeňme si

$$\vec{x}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{x} + \vec{b}^*, \quad \vec{v}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{v} + \dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x} + \dot{\vec{b}}^*$$

$$\boldsymbol{l} = (\operatorname{grad} \vec{v})^T, \quad \boldsymbol{\Omega} = \dot{\mathbf{O}} \cdot \mathbf{O}^T$$

$$\boldsymbol{l}^{*T} = \operatorname{grad} \vec{v}^* = \operatorname{grad}(\mathbf{O} \cdot \vec{v} + \dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x} + \dot{\vec{b}}^*) = \operatorname{grad}(\underbrace{\mathbf{O} \cdot \vec{v}}_{\mathbf{1.}} + \underbrace{\dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x}}_{\mathbf{2.}})$$

1.

$$\operatorname{grad}(\mathbf{O} \cdot \vec{v}) = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial}{\partial x^*_\alpha} \otimes \left(O_{\beta i}(\vec{e}^{\,*}_\beta \otimes \vec{e}_i) \cdot v_j \vec{e}_j\right) = \vec{e}^{\,*}_\alpha \frac{\partial}{\partial x^*_\alpha} \otimes \left(O_{\beta i} \vec{e}^{\,*}_\beta v_i\right) = (\vec{e}^{\,*}_\alpha \otimes \vec{e}^{\,*}_\beta)\, O_{\beta i} \frac{\partial v_i}{\partial x^*_\alpha} =$$

$$= (\vec{e}^{\,*}_\alpha \otimes \vec{e}^{\,*}_\beta)\, O_{\beta i} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \frac{\partial x_k}{\partial x^*_\alpha} = (\vec{e}^{\,*}_\alpha \otimes \vec{e}^{\,*}_\beta)\, O_{\beta i} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} O_{\alpha k} = (\vec{e}^{\,*}_\alpha \otimes \vec{e}^{\,*}_\beta)\, O_{\beta i} l_{ik} O_{\alpha k} = \left(\mathbf{O} \cdot \boldsymbol{l} \cdot \mathbf{O}^T\right)^T$$

Příklad 4: Ukažte, že $\boldsymbol{l}^* = \mathbf{O} \cdot \boldsymbol{l} \cdot \mathbf{O^T} + \boldsymbol{\Omega}$.

Připomeňme si

$$\vec{x}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{x} + \vec{b}^*, \quad \vec{v}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{v} + \dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x} + \dot{\vec{b}}^*$$
$$\boldsymbol{l} = (\mathrm{grad}\, \vec{v})^T, \quad \boldsymbol{\Omega} = \dot{\mathbf{O}} \cdot \mathbf{O}^T$$

$$\boldsymbol{l}^{*T} = \mathrm{grad}\, \vec{v}^* = \mathrm{grad}(\mathbf{O} \cdot \vec{v} + \dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x} + \dot{\vec{b}}^*) = \mathrm{grad}(\underbrace{\mathbf{O} \cdot \vec{v}}_{\mathbf{1.}} + \underbrace{\dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x}}_{\mathbf{2.}})$$

1.

$$\mathrm{grad}(\mathbf{O} \cdot \vec{v}) = \vec{e}^*_\alpha \frac{\partial}{\partial x^*_\alpha} \otimes \left(O_{\beta i}(\vec{e}^*_\beta \otimes \vec{e}_i) \cdot v_j \vec{e}_j\right) = \vec{e}^*_\alpha \frac{\partial}{\partial x^*_\alpha} \otimes \left(O_{\beta i} \vec{e}^*_\beta v_i\right) = (\vec{e}^*_\alpha \otimes \vec{e}^*_\beta)\, O_{\beta i} \frac{\partial v_i}{\partial x^*_\alpha} =$$

$$= (\vec{e}^*_\alpha \otimes \vec{e}^*_\beta)\, O_{\beta i} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \frac{\partial x_k}{\partial x^*_\alpha} = (\vec{e}^*_\alpha \otimes \vec{e}^*_\beta)\, O_{\beta i} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} O_{\alpha k} = (\vec{e}^*_\alpha \otimes \vec{e}^*_\beta)\, O_{\beta i} l_{ik} O_{\alpha k} = \left(\mathbf{O} \cdot \boldsymbol{l} \cdot \mathbf{O}^T\right)^T$$

2.

$$\mathrm{grad}(\dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x}) = \vec{e}^*_\alpha \frac{\partial}{\partial x^*_\alpha} \otimes \left(\dot{O}_{\beta i}(\vec{e}^*_\beta \otimes \vec{e}_i) \cdot x_j \vec{e}_j\right) = \vec{e}^*_\alpha \frac{\partial}{\partial x^*_\alpha} \otimes \left(\dot{O}_{\beta i} \vec{e}^*_\beta x_i\right) = (\vec{e}^*_\alpha \otimes \vec{e}^*_\beta)\, \dot{O}_{\beta i} \frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha} =$$

Příklad 4: Ukažte, že $\boldsymbol{l}^* = \mathbf{O}\cdot\boldsymbol{l}\cdot\mathbf{O^T} + \boldsymbol{\Omega}\,.$

Připomeňme si

$$\vec{x}^* = \mathbf{O}\cdot\vec{x} + \vec{b}^*, \quad \vec{v}^* = \mathbf{O}\cdot\vec{v} + \dot{\mathbf{O}}\cdot\vec{x} + \dot{\vec{b}}^*$$

$$\boldsymbol{l} = (\mathrm{grad}\,\vec{v})^T, \quad \boldsymbol{\Omega} = \dot{\mathbf{O}}\cdot\mathbf{O}^T$$

$$\boldsymbol{l}^{*T} = \mathrm{grad}\,\vec{v}^* = \mathrm{grad}(\mathbf{O}\cdot\vec{v} + \dot{\mathbf{O}}\cdot\vec{x} + \dot{\vec{b}}^*) = \mathrm{grad}(\underbrace{\mathbf{O}\cdot\vec{v}}_{\textbf{1.}} + \underbrace{\dot{\mathbf{O}}\cdot\vec{x}}_{\textbf{2.}})$$

1.

$$\mathrm{grad}(\mathbf{O}\cdot\vec{v}) = \vec{e}^{\,*}_\alpha\frac{\partial}{\partial x^*_\alpha}\otimes\left(O_{\beta i}(\vec{e}^{\,*}_\beta\otimes\vec{e}_i)\cdot v_j\vec{e}_j\right) = \vec{e}^{\,*}_\alpha\frac{\partial}{\partial x^*_\alpha}\otimes\left(O_{\beta i}\vec{e}^{\,*}_\beta v_i\right) = (\vec{e}^{\,*}_\alpha\otimes\vec{e}^{\,*}_\beta)\,O_{\beta i}\frac{\partial v_i}{\partial x^*_\alpha} =$$

$$= (\vec{e}^{\,*}_\alpha\otimes\vec{e}^{\,*}_\beta)\,O_{\beta i}\frac{\partial v_i}{\partial x_k}\frac{\partial x_k}{\partial x^*_\alpha} = (\vec{e}^{\,*}_\alpha\otimes\vec{e}^{\,*}_\beta)\,O_{\beta i}\frac{\partial v_i}{\partial x_k}O_{\alpha k} = (\vec{e}^{\,*}_\alpha\otimes\vec{e}^{\,*}_\beta)\,O_{\beta i}l_{ik}O_{\alpha k} = \left(\mathbf{O}\cdot\boldsymbol{l}\cdot\mathbf{O}^T\right)^T$$

2.

$$\mathrm{grad}(\dot{\mathbf{O}}\cdot\vec{x}) = \vec{e}^{\,*}_\alpha\frac{\partial}{\partial x^*_\alpha}\otimes\left(\dot{O}_{\beta i}(\vec{e}^{\,*}_\beta\otimes\vec{e}_i)\cdot x_j\vec{e}_j\right) = \vec{e}^{\,*}_\alpha\frac{\partial}{\partial x^*_\alpha}\otimes\left(\dot{O}_{\beta i}\vec{e}^{\,*}_\beta x_i\right) = (\vec{e}^{\,*}_\alpha\otimes\vec{e}^{\,*}_\beta)\,\dot{O}_{\beta i}\frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha} =$$

$$= (\vec{e}^{\,*}_\alpha\otimes\vec{e}^{\,*}_\beta)\,\dot{O}_{\beta i}O_{\alpha i} = \left(\dot{\mathbf{O}}\cdot\mathbf{O}^T\right)^T = \boldsymbol{\Omega}^T$$

Příklad 4: Ukažte, že $\boldsymbol{l}^* = \mathbf{O} \cdot \boldsymbol{l} \cdot \mathbf{O^T} + \boldsymbol{\Omega}$.

Připomeňme si

$$\vec{x}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{x} + \vec{b}^*, \quad \vec{v}^* = \mathbf{O} \cdot \vec{v} + \dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x} + \dot{\vec{b}}^*$$

$$\boldsymbol{l} = (\operatorname{grad} \vec{v})^T, \quad \boldsymbol{\Omega} = \dot{\mathbf{O}} \cdot \mathbf{O}^T$$

$$\boldsymbol{l}^{*T} = \operatorname{grad} \vec{v}^* = \operatorname{grad}(\mathbf{O} \cdot \vec{v} + \dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x} + \dot{\vec{b}}^*) = \operatorname{grad}(\underbrace{\mathbf{O} \cdot \vec{v}}_{\textbf{1.}} + \underbrace{\dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x}}_{\textbf{2.}})$$

1.

$$\operatorname{grad}(\mathbf{O} \cdot \vec{v}) = \vec{e}^*_\alpha \frac{\partial}{\partial x^*_\alpha} \otimes \left(O_{\beta i}(\vec{e}^*_\beta \otimes \vec{e}_i) \cdot v_j \vec{e}_j\right) = \vec{e}^*_\alpha \frac{\partial}{\partial x^*_\alpha} \otimes \left(O_{\beta i} \vec{e}^*_\beta v_i\right) = (\vec{e}^*_\alpha \otimes \vec{e}^*_\beta)\, O_{\beta i} \frac{\partial v_i}{\partial x^*_\alpha} =$$

$$= (\vec{e}^*_\alpha \otimes \vec{e}^*_\beta)\, O_{\beta i} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \frac{\partial x_k}{\partial x^*_\alpha} = (\vec{e}^*_\alpha \otimes \vec{e}^*_\beta)\, O_{\beta i} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} O_{\alpha k} = (\vec{e}^*_\alpha \otimes \vec{e}^*_\beta)\, O_{\beta i} l_{ik} O_{\alpha k} = \left(\mathbf{O} \cdot \boldsymbol{l} \cdot \mathbf{O}^T\right)^T$$

2.

$$\operatorname{grad}(\dot{\mathbf{O}} \cdot \vec{x}) = \vec{e}^*_\alpha \frac{\partial}{\partial x^*_\alpha} \otimes \left(\dot{O}_{\beta i}(\vec{e}^*_\beta \otimes \vec{e}_i) \cdot x_j \vec{e}_j\right) = \vec{e}^*_\alpha \frac{\partial}{\partial x^*_\alpha} \otimes \left(\dot{O}_{\beta i} \vec{e}^*_\beta x_i\right) = (\vec{e}^*_\alpha \otimes \vec{e}^*_\beta)\, \dot{O}_{\beta i} \frac{\partial x_i}{\partial x^*_\alpha} =$$

$$= (\vec{e}^*_\alpha \otimes \vec{e}^*_\beta)\, \dot{O}_{\beta i} O_{\alpha i} = \left(\dot{\mathbf{O}} \cdot \mathbf{O}^T\right)^T = \boldsymbol{\Omega}^T$$

$$\boxed{\boldsymbol{l}^* = \mathbf{O} \cdot \boldsymbol{l} \cdot \mathbf{O^T} + \boldsymbol{\Omega}}$$

Příklad 5: Ukažte, že vztah odvozený ve cvičení 6 pro maxwellovské těleso není objektivní.

Příklad 5: Ukažte, že vztah odvozený ve cvičení 6 pro maxwellovské těleso není objektivní.

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}} - \eta \left[\operatorname{grad} \vec{v} + (\operatorname{grad} \vec{v})^T \right] = -\frac{\eta}{\mu} \left(\frac{\partial \mathbf{t}^{\mathrm{D}}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \operatorname{grad} \mathbf{t}^{\mathrm{D}} \right)$$

neboli

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}} = 2\eta \mathbf{d} - \frac{\eta}{\mu} \dot{\mathbf{t}}^{D}$$

Příklad 5: Ukažte, že vztah odvozený ve cvičení 6 pro maxwellovské těleso není objektivní.

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}} - \eta \left[\operatorname{grad} \vec{v} + (\operatorname{grad} \vec{v})^T\right] = -\frac{\eta}{\mu} \left(\frac{\partial \mathbf{t}^{\mathrm{D}}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \operatorname{grad} \mathbf{t}^{\mathrm{D}} \right)$$

neboli

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}} = 2\eta \mathbf{d} - \frac{\eta}{\mu} \dot{\mathbf{t}}^{D}$$

Pokud by vztah byl objektivní, měli bychom dostat $\mathbf{t}^{\mathrm{D}*} = 2\eta \mathbf{d}^{*} - \frac{\eta}{\mu} \dot{\mathbf{t}}^{D*}$.

Příklad 5: Ukažte, že vztah odvozený ve cvičení 6 pro maxwellovské těleso není objektivní.

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}} - \eta \left[\operatorname{grad} \vec{v} + (\operatorname{grad} \vec{v})^T \right] = -\frac{\eta}{\mu} \left(\frac{\partial \mathbf{t}^{\mathrm{D}}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \operatorname{grad} \mathbf{t}^{\mathrm{D}} \right)$$

neboli

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}} = 2\eta \mathbf{d} - \frac{\eta}{\mu} \dot{\mathbf{t}}^{D}$$

Pokud by vztah byl objektivní, měli bychom dostat $\mathbf{t}^{\mathrm{D}*} = 2\eta \mathbf{d}^* - \frac{\eta}{\mu} \dot{\mathbf{t}}^{D*}$.

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}*} = \mathbf{O} \cdot \mathbf{t}^{\mathrm{D}} \cdot \mathbf{O}^T = \mathbf{O} \cdot (2\eta \mathbf{d} - \frac{\eta}{\mu} \dot{\mathbf{t}}^{D}) \cdot \mathbf{O}^T$$

Příklad 5: Ukažte, že vztah odvozený ve cvičení 6 pro maxwellovské těleso není objektivní.

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}} - \eta \left[\mathrm{grad}\,\vec{v} + (\mathrm{grad}\,\vec{v})^T\right] = -\frac{\eta}{\mu}\left(\frac{\partial \mathbf{t}^{\mathrm{D}}}{\partial t} + \vec{v}\cdot \mathrm{grad}\,\mathbf{t}^{\mathrm{D}}\right)$$

neboli

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}} = 2\eta \mathbf{d} - \frac{\eta}{\mu}\dot{\mathbf{t}}^{D}$$

Pokud by vztah byl objektivní, měli bychom dostat $\mathbf{t}^{\mathrm{D}*} = 2\eta \mathbf{d}^* - \frac{\eta}{\mu}\dot{\mathbf{t}}^{D*}$.

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}*} = \mathbf{O}\cdot\mathbf{t}^{\mathrm{D}}\cdot\mathbf{O}^T = \mathbf{O}\cdot(2\eta\mathbf{d} - \frac{\eta}{\mu}\dot{\mathbf{t}}^{D})\cdot\mathbf{O}^T = 2\eta\,\mathbf{O}\cdot\mathbf{d}\cdot\mathbf{O}^T - \frac{\eta}{\mu}\,\mathbf{O}\cdot\dot{\mathbf{t}}^{D}\cdot\mathbf{O}^T$$

Příklad 5: Ukažte, že vztah odvozený ve cvičení 6 pro maxwellovské těleso není objektivní.

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}} - \eta \left[\operatorname{grad} \vec{v} + (\operatorname{grad} \vec{v})^T \right] = -\frac{\eta}{\mu} \left(\frac{\partial \mathbf{t}^{\mathrm{D}}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \operatorname{grad} \mathbf{t}^{\mathrm{D}} \right)$$

neboli

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}} = 2\eta \mathbf{d} - \frac{\eta}{\mu} \dot{\mathbf{t}}^{D}$$

Pokud by vztah byl objektivní, měli bychom dostat $\mathbf{t}^{\mathrm{D}*} = 2\eta \mathbf{d}^* - \frac{\eta}{\mu} \dot{\mathbf{t}}^{D*}$.

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}*} = \mathbf{O} \cdot \mathbf{t}^{\mathrm{D}} \cdot \mathbf{O}^T = \mathbf{O} \cdot (2\eta \mathbf{d} - \frac{\eta}{\mu} \dot{\mathbf{t}}^{D}) \cdot \mathbf{O}^T = 2\eta\, \mathbf{O} \cdot \mathbf{d} \cdot \mathbf{O}^T - \frac{\eta}{\mu}\, \mathbf{O} \cdot \dot{\mathbf{t}}^{D} \cdot \mathbf{O}^T = 2\eta \mathbf{d}^* - \frac{\eta}{\mu}\, \mathbf{O} \cdot \dot{\mathbf{t}}^{D} \cdot \mathbf{O}^T$$

Příklad 5: Ukažte, že vztah odvozený ve cvičení 6 pro maxwellovské těleso není objektivní.

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}} - \eta\left[\operatorname{grad}\vec{v} + (\operatorname{grad}\vec{v})^T\right] = -\frac{\eta}{\mu}\left(\frac{\partial \mathbf{t}^{\mathrm{D}}}{\partial t} + \vec{v}\cdot\operatorname{grad}\mathbf{t}^{\mathrm{D}}\right)$$

neboli

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}} = 2\eta\mathbf{d} - \frac{\eta}{\mu}\dot{\mathbf{t}}^{D}$$

Pokud by vztah byl objektivní, měli bychom dostat $\mathbf{t}^{\mathrm{D}*} = 2\eta\mathbf{d}^* - \frac{\eta}{\mu}\dot{\mathbf{t}}^{D*}$.

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}*} = \mathbf{O}\cdot\mathbf{t}^{\mathrm{D}}\cdot\mathbf{O}^T = \mathbf{O}\cdot(2\eta\mathbf{d} - \frac{\eta}{\mu}\dot{\mathbf{t}}^{D})\cdot\mathbf{O}^T = 2\eta\,\mathbf{O}\cdot\mathbf{d}\cdot\mathbf{O}^T - \frac{\eta}{\mu}\,\mathbf{O}\cdot\dot{\mathbf{t}}^{D}\cdot\mathbf{O}^T = 2\eta\mathbf{d}^* - \frac{\eta}{\mu}\,\mathbf{O}\cdot\dot{\mathbf{t}}^{D}\cdot\mathbf{O}^T$$

Připomeňme, že

$$\mathbf{A}^* = \mathbf{O}\cdot\mathbf{A}\cdot\mathbf{O}^{\mathbf{T}} \quad\rightarrow\quad \dot{\mathbf{A}}^* = \mathbf{O}\cdot\dot{\mathbf{A}}\cdot\mathbf{O}^{\mathbf{T}} + \boldsymbol{\Omega}\cdot\mathbf{A}^* - \mathbf{A}^*\cdot\boldsymbol{\Omega}$$

Příklad 5: Ukažte, že vztah odvozený ve cvičení 6 pro maxwellovské těleso není objektivní.

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}} - \eta \left[\operatorname{grad}\vec{v} + (\operatorname{grad}\vec{v})^T\right] = -\frac{\eta}{\mu}\left(\frac{\partial \mathbf{t}^{\mathrm{D}}}{\partial t} + \vec{v}\cdot\operatorname{grad}\mathbf{t}^{\mathrm{D}}\right)$$

neboli

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}} = 2\eta\mathbf{d} - \frac{\eta}{\mu}\dot{\mathbf{t}}^{D}$$

Pokud by vztah byl objektivní, měli bychom dostat $\mathbf{t}^{\mathrm{D}*} = 2\eta\mathbf{d}^* - \frac{\eta}{\mu}\dot{\mathbf{t}}^{D*}$.

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}*} = \mathbf{O}\cdot\mathbf{t}^{\mathrm{D}}\cdot\mathbf{O}^T = \mathbf{O}\cdot(2\eta\mathbf{d} - \frac{\eta}{\mu}\dot{\mathbf{t}}^{D})\cdot\mathbf{O}^T = 2\eta\,\mathbf{O}\cdot\mathbf{d}\cdot\mathbf{O}^T - \frac{\eta}{\mu}\,\mathbf{O}\cdot\dot{\mathbf{t}}^{D}\cdot\mathbf{O}^T = 2\eta\mathbf{d}^* - \frac{\eta}{\mu}\,\mathbf{O}\cdot\dot{\mathbf{t}}^{D}\cdot\mathbf{O}^T$$

Připomeňme, že

$$\mathbf{A}^* = \mathbf{O}\cdot\mathbf{A}\cdot\mathbf{O}^{\mathbf{T}} \quad\rightarrow\quad \dot{\mathbf{A}}^* = \mathbf{O}\cdot\dot{\mathbf{A}}\cdot\mathbf{O}^{\mathbf{T}} + \boldsymbol{\Omega}\cdot\mathbf{A}^* - \mathbf{A}^*\cdot\boldsymbol{\Omega}$$

A tedy

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}*} = 2\eta\mathbf{d}^* - \frac{\eta}{\mu}\dot{\mathbf{t}}^{D*} + \frac{\eta}{\mu}\left(\boldsymbol{\Omega}\cdot\mathbf{t}^{D*} - \mathbf{t}^{D*}\cdot\boldsymbol{\Omega}\right)$$

Příklad 5: Ukažte, že vztah odvozený ve cvičení 6 pro maxwellovské těleso není objektivní.

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}} - \eta\left[\operatorname{grad}\vec{v} + (\operatorname{grad}\vec{v})^T\right] = -\frac{\eta}{\mu}\left(\frac{\partial \mathbf{t}^{\mathrm{D}}}{\partial t} + \vec{v}\cdot\operatorname{grad}\mathbf{t}^{\mathrm{D}}\right)$$

neboli

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}} = 2\eta\mathbf{d} - \frac{\eta}{\mu}\dot{\mathbf{t}}^{D}$$

Pokud by vztah byl objektivní, měli bychom dostat $\mathbf{t}^{\mathrm{D}*} = 2\eta\mathbf{d}^* - \frac{\eta}{\mu}\dot{\mathbf{t}}^{D*}$.

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}*} = \mathbf{O}\cdot\mathbf{t}^{\mathrm{D}}\cdot\mathbf{O}^T = \mathbf{O}\cdot(2\eta\mathbf{d} - \frac{\eta}{\mu}\dot{\mathbf{t}}^{D})\cdot\mathbf{O}^T = 2\eta\,\mathbf{O}\cdot\mathbf{d}\cdot\mathbf{O}^T - \frac{\eta}{\mu}\,\mathbf{O}\cdot\dot{\mathbf{t}}^{D}\cdot\mathbf{O}^T = 2\eta\mathbf{d}^* - \frac{\eta}{\mu}\,\mathbf{O}\cdot\dot{\mathbf{t}}^{D}\cdot\mathbf{O}^T$$

Připomeňme, že

$$\mathbf{A}^* = \mathbf{O}\cdot\mathbf{A}\cdot\mathbf{O}^{\mathbf{T}} \quad\rightarrow\quad \dot{\mathbf{A}}^* = \mathbf{O}\cdot\dot{\mathbf{A}}\cdot\mathbf{O}^{\mathbf{T}} + \mathbf{\Omega}\cdot\mathbf{A}^* - \mathbf{A}^*\cdot\mathbf{\Omega}$$

A tedy

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}*} = 2\eta\mathbf{d}^* - \frac{\eta}{\mu}\dot{\mathbf{t}}^{D*} + \underbrace{\frac{\eta}{\mu}\left(\mathbf{\Omega}\cdot\mathbf{t}^{D*} - \mathbf{t}^{D*}\cdot\mathbf{\Omega}\right)}_{\text{není objektivní}}$$

Příklad 5: Ukažte, že vztah odvozený ve cvičení 6 pro maxwellovské těleso není objektivní.

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}} - \eta\left[\operatorname{grad}\vec{v} + (\operatorname{grad}\vec{v})^T\right] = -\frac{\eta}{\mu}\left(\frac{\partial \mathbf{t}^{\mathrm{D}}}{\partial t} + \vec{v}\cdot\operatorname{grad}\mathbf{t}^{\mathrm{D}}\right)$$

neboli

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}} = 2\eta\mathbf{d} - \frac{\eta}{\mu}\dot{\mathbf{t}}^{D}$$

Pokud by vztah byl objektivní, měli bychom dostat $\mathbf{t}^{\mathrm{D}*} = 2\eta\mathbf{d}^* - \frac{\eta}{\mu}\dot{\mathbf{t}}^{D*}$.

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}*} = \mathbf{O}\cdot\mathbf{t}^{\mathrm{D}}\cdot\mathbf{O}^T = \mathbf{O}\cdot(2\eta\mathbf{d} - \frac{\eta}{\mu}\dot{\mathbf{t}}^{D})\cdot\mathbf{O}^T = 2\eta\,\mathbf{O}\cdot\mathbf{d}\cdot\mathbf{O}^T - \frac{\eta}{\mu}\,\mathbf{O}\cdot\dot{\mathbf{t}}^{D}\cdot\mathbf{O}^T = 2\eta\mathbf{d}^* - \frac{\eta}{\mu}\,\mathbf{O}\cdot\dot{\mathbf{t}}^{D}\cdot\mathbf{O}^T$$

Připomeňme, že

$$\mathbf{A}^* = \mathbf{O}\cdot\mathbf{A}\cdot\mathbf{O}^{\mathbf{T}} \quad\rightarrow\quad \dot{\mathbf{A}}^* = \mathbf{O}\cdot\dot{\mathbf{A}}\cdot\mathbf{O}^{\mathbf{T}} + \boldsymbol{\Omega}\cdot\mathbf{A}^* - \mathbf{A}^*\cdot\boldsymbol{\Omega}$$

A tedy

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}*} = 2\eta\mathbf{d}^* - \frac{\eta}{\mu}\dot{\mathbf{t}}^{D*} + \underbrace{\frac{\eta}{\mu}(\boldsymbol{\Omega}\cdot\mathbf{t}^{D*} - \mathbf{t}^{D*}\cdot\boldsymbol{\Omega})}_{\text{není objektivní}}$$

Snadno se přesvědčíme o tom, že správná (objektivní) formulace pro maxwellovské těleso je

$$\mathbf{t}^{\mathrm{D}} = 2\eta\mathbf{d} - \frac{\eta}{\mu}\overset{\nabla}{\mathbf{t}}{}^{D}$$

Příklad 6: Ukažte, že konstitutivní vztah $\mathbf{T}^{(2)} = \tilde{\mathbf{T}}^{(2)}(\mathbf{C}, \dot{\mathbf{C}})$ je objektivní.

Příklad 6: Ukažte, že konstitutivní vztah $\mathbf{T}^{(2)} = \tilde{\mathbf{T}}^{(2)}(\mathbf{C}, \dot{\mathbf{C}})$ je objektivní.

Řešení: Víme, že platí

$$\mathbf{T}^{(2)} = \mathbf{T}^{(2)*}, \quad \mathbf{C} = \mathbf{C}^* \,.$$

Příklad 6: Ukažte, že konstitutivní vztah $\mathbf{T}^{(2)} = \tilde{\mathbf{T}}^{(2)}(\mathbf{C}, \dot{\mathbf{C}})$ je objektivní.

Řešení: Víme, že platí

$$\mathbf{T}^{(2)} = \mathbf{T}^{(2)*}, \quad \mathbf{C} = \mathbf{C}^* \,.$$

Ukážeme, že stejný vztah platí i pro materiálovou derivaci: $\mathbf{T}^{(2)*} = \tilde{\mathbf{T}}^{(2)}(\mathbf{C}^*, \dot{\mathbf{C}}^*)$

Příklad 6: Ukažte, že konstitutivní vztah $\mathbf{T}^{(2)} = \tilde{\mathbf{T}}^{(2)}(\mathbf{C}, \dot{\mathbf{C}})$ je objektivní.

Řešení: Víme, že platí

$$\mathbf{T}^{(2)} = \mathbf{T}^{(2)*}, \quad \mathbf{C} = \mathbf{C}^* \,.$$

Ukážeme, že stejný vztah platí i pro materiálovou derivaci: $\mathbf{T}^{(2)*} = \tilde{\mathbf{T}}^{(2)}(\mathbf{C}^*, \dot{\mathbf{C}}^*)$

$\dot{\mathbf{C}} = 2(\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{d} \cdot \mathbf{F})$ viz Kinematika deformace

<u>Příklad 6:</u> Ukažte, že konstitutivní vztah $\mathbf{T}^{(2)} = \tilde{\mathbf{T}}^{(2)}(\mathbf{C}, \dot{\mathbf{C}})$ je objektivní.

Řešení: Víme, že platí

$$\mathbf{T}^{(2)} = \mathbf{T}^{(2)*}, \quad \mathbf{C} = \mathbf{C}^* \,.$$

Ukážeme, že stejný vztah platí i pro materiálovou derivaci: $\mathbf{T}^{(2)*} = \tilde{\mathbf{T}}^{(2)}(\mathbf{C}^*, \dot{\mathbf{C}}^*)$

$\dot{\mathbf{C}} = 2(\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{d} \cdot \mathbf{F})$ viz Kinematika deformace

$$\dot{\mathbf{C}}^* = 2[(\mathbf{F}^*)^T \cdot \mathbf{d}^* \cdot \mathbf{F}^*] = 2[(\mathbf{O} \cdot \mathbf{F})^T \cdot (\mathbf{O} \cdot \mathbf{d} \cdot \mathbf{O}^T) \cdot (\mathbf{O} \cdot \mathbf{F})] =$$

$$= 2[\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{O}^T \cdot \mathbf{O} \cdot \mathbf{d} \cdot \mathbf{O}^T \cdot \mathbf{O} \cdot \mathbf{F}] = 2(\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{d} \cdot \mathbf{F}) = \dot{\mathbf{C}}$$

<u>Příklad 6:</u> Ukažte, že konstitutivní vztah $\mathbf{T}^{(2)} = \tilde{\mathbf{T}}^{(2)}(\mathbf{C}, \dot{\mathbf{C}})$ je objektivní.

Řešení: Víme, že platí

$$\mathbf{T}^{(2)} = \mathbf{T}^{(2)*}, \quad \mathbf{C} = \mathbf{C}^* \,.$$

Ukážeme, že stejný vztah platí i pro materiálovou derivaci: $\mathbf{T}^{(2)*} = \tilde{\mathbf{T}}^{(2)}(\mathbf{C}^*, \dot{\mathbf{C}}^*)$

$$\dot{\mathbf{C}} = 2(\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{d} \cdot \mathbf{F})$$ viz Kinematika deformace

$$\dot{\mathbf{C}}^* = 2[(\mathbf{F}^*)^T \cdot \mathbf{d}^* \cdot \mathbf{F}^*] = 2[(\mathbf{O} \cdot \mathbf{F})^T \cdot (\mathbf{O} \cdot \mathbf{d} \cdot \mathbf{O}^T) \cdot (\mathbf{O} \cdot \mathbf{F})] =$$

$$= 2[\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{O}^T \cdot \mathbf{O} \cdot \mathbf{d} \cdot \mathbf{O}^T \cdot \mathbf{O} \cdot \mathbf{F}] = 2(\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{d} \cdot \mathbf{F}) = \dot{\mathbf{C}}$$

$$\boxed{\mathbf{T}^{(2)*} = \tilde{\mathbf{T}}^{(2)}(\mathbf{C}^*, \dot{\mathbf{C}}^*)}$$