

Jméno a příjmení (čitelně): _____

Zakroužkujte jméno cvičícího a čas cvičení:

Hložek Jaroš Johanovská Konopka

9:15 11:00 12:45 14:30 16:15 18:00

Závěrečný test ZS 2021/22
Varianta A

V každé úloze všechny kroky výpočtu podrobně zdůvodněte.

1. (4 body) Spočítejte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + 1} \left(n^2 - \sqrt{n^4 - 10n + 18} \right).$$

2. (4 body) Zderivujte funkci

$$f(x) = \ln \left(\frac{x+1}{2x} \right),$$

spočtenou derivaci co nejvíce zjednodušte. Určete definiční obor funkce i její derivace.

3. (12 bodů) Hyperbola je zadána jako graf funkce

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-3}.$$

Určete všechny body, v nichž má hyperbola tečnu se směrnicí -7 , a v každém takovém bodě určete rovnici příslušné tečny. Načrtněte tuto hyperbolu s vyznačenými průsečíky s osami, středem, asymptotami a s vypočtenými tečnami, u tečen určete a vyznačte jejich průsečíky s osami a body dotyku s hyperbolou.

4. (20 bodů) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = (x-1) \cdot e^{2-x}$$

tj. najděte její definiční obor, určete případnou sudost/lichost, kdy je f kladná/záporná, průsečíky s osami, limity v krajních bodech D_f , derivaci funkce a její nulové body, intervaly monotonie, lokální a globální extrém, obor hodnot, asymptoty, druhou derivaci, oblasti konvexity, konkavity a inflexní body. Nakreslete graf funkce.

Pomůcka: $e \doteq 2,72$; $\frac{2}{e} \doteq 0,74$.

5. (20 bodů) Určete globální extrém funkce $f(x, y) = x^2 + 4x + 3 - y^2$ na množině

$$M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 4; y \leq 2 - 2x\}.$$

U kandidátů na zakřivené části hranice množiny M spočítejte příslušnou hodnotu λ . Množinu M nakreslete a vyznačte do ní všechny nalezené kandidáty na extrém.

Pomůcka: $\sqrt{3} \doteq 1,73$.