

Jméno a příjmení (čitelně): _____

Zakroužkujte jméno cvičícího a čas cvičení:

Hložek Jaroš Johanovská Konopka

9:15 11:00 12:45 14:30 16:15 18:00

Závěrečný test ZS 2021/22
Varianta D

V každé úloze všechny kroky výpočtu podrobně zdůvodněte.

1. (4 body) Spočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\ln(x^3 - 12x - 15)}{x^2 - 10x + 24}.$$

2. (4 body) Zderivujte funkci

$$f(x) = \frac{e^{2x+1}}{x-1},$$

spočtenou derivaci co nejvíce zjednodušte. Určete definiční obor funkce i její derivace.

3. (12 bodů) Hyperbola je zadána jako graf funkce

$$f(x) = \frac{-x+1}{2x-4}.$$

Určete všechny body, v nichž má hyperbola tečnu se směrnici $\frac{1}{2}$, a v každém takovém bodě určete rovnici příslušné tečny. Načrtněte tuto hyperbolu s vyznačenými průsečíky s osami, středem, asymptotami a s vypočtenými tečnami, u tečen určete a vyznačte jejich průsečíky s osami a body dotyku s hyperbolou.

4. (20 bodů) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = x^4 - 4x^3$$

tj. najděte její definiční obor, určete případnou sudost/lichost, kdy je f kladná/záporná, průsečíky s osami, limity v krajních bodech D_f , derivaci funkce a její nulové body, intervaly monotonie, lokální a globální extrémy, obor hodnot, asymptoty, druhou derivaci, oblasti konvexity, konkavity a inflexní body. Nakreslete graf funkce.

5. (20 bodů) Určete globální extrémy funkce $f(x, y) = x + y$ na množině

$$M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; x^2 - 9 \leq y \leq -x^2 - 2x + 15\}.$$

U kandidátů na zakřivené části hranice množiny M spočtěte příslušnou hodnotu λ . Množinu M nakreslete a vyznačte do ní všechny nalezené kandidáty na extrém.