

Jméno a příjmení (čitelně): _____

Zakroužkujte jméno cvičícího a čas cvičení:

Beran Jaroš Prokop Zymin

9:15 11:00 12:45 14:30 16:15 18:00

Závěrečný test LS 2022/23
Varianta A

V každé úloze všechny kroky výpočtu podrobně zdůvodněte.

1. (4 body) Spočtěte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{2n+1} + 3 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{n+1}}{2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1} - \left(\frac{16}{9}\right)^{n+1}}.$$

2. (4 body) Zderivujte funkci

$$f(x) = (x^2 + 2x) \cdot e^{x^2 - 3x},$$

spočtenou derivaci co nejvíce zjednodušte. Určete definiční obor funkce i její derivace.

3. (12 bodů) Parabola je zadána jako graf funkce $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$. Určete body $x_0 \in \mathbb{R}$, v nichž má tečna ke grafu funkce f rovnici $y = kx + q$ se směrnici $k = 2$. V každém takovém bodě pak spočtěte hodnotu koeficientu q a napište rovnici příslušné tečny. Načrtněte tuto parabolu s vyznačenými průsečíky s osami, vrcholem a se zadanou tečnou.

4. (20 bodů) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = x - 4\sqrt{x+2} + 2$$

tj. najděte její definiční obor, určete případnou sudost/lichost, kdy je f kladná/záporná, průsečíky s osami, limity v krajních bodech D_f , derivaci funkce a její nulové body, intervaly monotonie, lokální a globální extrémy, obor hodnot, asymptoty, druhou derivaci, oblasti konvexity, konkavity a inflexní body. Nakreslete graf funkce.

5. (20 bodů) Určete globální extrémy funkce $f(x, y) = y^2 - 2x^2$ na množině

$$M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 100; x - y \leq 2\}.$$

U kandidátů na zakřivené části hranice množiny M spočtěte příslušnou hodnotu λ . Množinu M nakreslete a vyznačte do ní všechny nalezené kandidáty na extrém.