

Jméno a příjmení (čitelně): \_\_\_\_\_

Zakroužkujte jméno cvičícího a čas cvičení:

Beran Jaroš Prokop Zymin

9:15 11:00 12:45 14:30 16:15 18:00

**Závěrečný test LS 2022/23**  
**Varianta B**

V každé úloze všechny kroky výpočtu podrobně zdůvodněte.

1. (4 body) Spočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x^2 + x - 5)}{x^2 - 5x + 6}.$$

2. (4 body) Zderivujte funkci

$$f(x) = e^{2x} \sqrt{x^2 + 2x + 3},$$

spočtenou derivaci co nejvíce zjednodušte. Určete definiční obor funkce i její derivace.

3. (12 bodů) Hyperbola je zadána jako graf funkce

$$f(x) = \frac{3x + 1}{x - 1}.$$

Určete všechny body, v nichž má hyperbola tečnu se směrnici  $-1$ , a v každém takovém bodě určete rovnici příslušné tečny. Načrtněte tuto hyperbolu s vyznačenými průsečíky s osami, středem, asymptotami a s vypočtenými tečnami, u tečen určete a vyznačte jejich průsečíky s osami a body dotyku s hyperbolou.

4. (20 bodů) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \frac{x^2 + 8x}{1 - x}$$

tj. najděte její definiční obor, určete případnou sudost/lichost, kdy je  $f$  kladná/záporná, průsečíky s osami, limity v krajních bodech  $D_f$ , derivaci funkce a její nulové body, intervaly monotonie, lokální a globální extrémy, obor hodnot, asymptoty, druhou derivaci, oblasti konvexity, konkavity a inflexní body. Nakreslete graf funkce.

5. (20 bodů) Určete globální extrémy funkce  $f(x, y) = x^3 - 3x^2 + xy - y$  na množině

$$M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : 2x - 3 \leq y \leq -x^2 + 3x + 3\}.$$

U kandidátů na zakřivené části hranice množiny  $M$  spočtěte příslušnou hodnotu  $\lambda$ . Množinu  $M$  nakreslete a vyznačte do ní všechny nalezené kandidáty na extrém.