

Jméno a příjmení (čitelně): _____

Zakroužkujte jméno cvičícího a čas cvičení:

Beran Jaroš Prokop Zymin

9:15 11:00 12:45 14:30 16:15 18:00

Závěrečný test LS 2022/23
Varianta C

V každé úloze všechny kroky výpočtu podrobně zdůvodněte.

1. (4 body) Spočítejte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{4n^2 - 5} \left(n^2 - \sqrt{n^4 - 8n + 1} \right).$$

2. (4 body) Zderivujte funkci

$$f(x) = \ln \left(\frac{x + 4}{2 - x} \right),$$

spočtenou derivaci co nejvíce zjednodušte. Určete definiční obor funkce i její derivace.

3. (12 bodů) Hyperbola je zadána jako graf funkce

$$f(x) = \frac{2x + 2}{1 - x}.$$

Určete všechny body, v nichž má hyperbola tečnu se směrnici 1, a v každém takovém bodě určete rovnici příslušné tečny. Načrtněte tuto hyperbolu s vyznačenými průsečíky s osami, středem, asymptotami a s vypočtenými tečnami, u tečen určete a vyznačte jejich průsečíky s osami a body dotyku s hyperbolou.

4. (20 bodů) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = (1 - x)e^{3-x}$$

tj. najděte její definiční obor, určete případnou sudost/lichost, kdy je f kladná/záporná, průsečíky s osami, limity v krajních bodech D_f , derivaci funkce a její nulové body, intervaly monotonie, lokální a globální extrém, obor hodnot, asymptoty, druhou derivaci, oblasti konvexity, konkavity a inflexní body. Nakreslete graf funkce.

Pomůcka: $e \doteq 2,72$, $e^2 \doteq 7,39$, $\frac{1}{e} \doteq 0,37$.

5. (20 bodů) Určete globální extrém funkce $f(x, y) = 12x + 5y^2 + 4$ na množině

$$M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 25, 4x \leq 3y, x \leq 0\}.$$

U kandidátů na zakřivené části hranice množiny M spočítejte příslušnou hodnotu λ . Množinu M nakreslete a vyznačte do ní všechny nalezené kandidáty na extrém.