

Jméno a příjmení (čitelně): _____

Zakroužkujte jméno cvičícího a čas cvičení:

Beran Jaroš Prokop Vitovský

9:15 11:00 12:45 14:30 16:15 18:00

Závěrečný test LS 2023/24
Varianta C

V každé úloze všechny kroky výpočtu podrobně zdůvodněte.

1. (4 body) Spočítejte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\ln(x^2 - 2x - 7)}{x^2 - 6x + 8}.$$

2. (4 body) Zderivujte funkci

$$f(x) = e^{2x^2+3x}(x-1),$$

spočtenou derivaci co nejvíce zjednodušte. Určete definiční obor funkce i její derivace.

3. (12 bodů) Hyperbola je zadána jako graf funkce

$$f(x) = \frac{3x-1}{x-1}.$$

Určete všechny body, v nichž má hyperbola tečnu se směrnicí -2 , a v každém takovém bodě určete rovnici příslušné tečny. Načrtněte tuto hyperbolu s vyznačenými průsečíky s osami, středem, asymptotami a s vypočtenými tečnami, u tečen určete a vyznačte jejich průsečíky s osami a body dotyku s hyperbolou.

4. (20 bodů) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \frac{8(x-3)}{(x-5)^2}$$

tj. najděte její definiční obor, určete případnou sudost/lichost, kdy je f kladná/záporná, průsečíky s osami, limity v krajních bodech D_f , derivaci funkce a její nulové body, intervaly monotonie, lokální a globální extrémy, obor hodnot, asymptoty, druhou derivaci, oblasti konvexity, konkavity a inflexní body. Nakreslete graf funkce.

5. (20 bodů) Určete globální extrémy funkce $f(x, y) = x^2 - 4x + y^2 - 2y$ na množině

$$M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 32; y \geq 0; x + y \geq 0\}.$$

U kandidátů na zakřivené části hranice množiny M (mimo vrcholy) spočítejte příslušnou hodnotu λ . Množinu M nakreslete a vyznačte do ní všechny nalezené kandidáty na extrém.

Nápověda: $\sqrt{32} \doteq 5,7$; $\sqrt{\frac{32}{5}} \doteq 2,53$